

MÓDULO IV

2ª Evaluación



II.- Bloque 11. Estadística. Medio ambiente natural. Las transformaciones en los ecosistemas.

Tema 5 - La información que recibimos

III.- Bloque 12. Azar y probabilidad. La tecnología en la historia. Recursos energéticos y desarrollo sostenible.

Tema 6 – Probabilidad

Tema 7 - Trabajo. Potencia. Energía y Calor

Tema 8 - Actividad humana y medio ambiente

Bloque 11. Estadística. Medio ambiente natural. Las transformaciones en los ecosistemas.

Tema 5. La información que recibimos

ÍNDICE

1. Planificamos el trabajo
 - 1.1. ¿Qué queremos saber?
 - 1.2. ¿De quién lo queremos saber?
 - 1.2.1. ¿Cómo elegir entonces la muestra?
2. Organizamos los datos y los representamos gráficamente
 - 2.1. Organizamos los datos en una tabla
 - 2.2. Representamos los datos en una gráfica
 - 2.2.1. Diagrama de barras y polígono de frecuencias
 - 2.2.2. Histograma y Polígono de frecuencias
 - 2.2.3. Diagrama de sectores
 - 2.3. Calculamos parámetros y los interpretamos
3. Ejemplos de cálculos estadísticos
4. Ejercicios propuestos

1. PLANIFICAMOS EL TRABAJO

“Mientras Javier estaba con Luís en el parque leyó en el periódico una noticia que decía “Según un estudio estadístico, el 60,6% de los castellano manchegos opina que principal problema relacionado con el medio ambiente son los incendios forestales”.

Este titular le llevo a la siguiente reflexión; “¿Cómo se puede saber lo que opinan los castellano-manchegos en general si yo soy de Guadalajara y a mí no me ha preguntado nadie?”.

Para realizar un estudio estadístico hay que tener en cuenta una serie de pasos a seguir que podemos resumir en:

1.1. ¿Qué queremos saber?

Muchos estudios estadísticos comienzan con una pregunta o preguntas sobre un tema concreto. En estos casos en primer lugar habrá que crear un cuestionario.

Por ejemplo si nos planteamos un estudio sobre “Impacto medioambiental en Castilla-La Mancha” podríamos formular la pregunta: “¿Qué problema relacionado con el medio ambiente le preocupa más?”

Las respuestas a esta pregunta pueden ser:

- abiertas: cada persona entrevistada puede dar tantas respuestas como le apetezca.
- abiertas pero limitadas: cada persona entrevistada podría dar una o dos o tres o un número predeterminado de antemano de respuestas libres.
- cerradas: cada persona entrevistada elige una o varias opciones sobre un listado prefijado de respuestas posibles.

Habrà por tanto que decidir si se crea un cuestionario, abierto, limitado, cerrado.

Cerrado es más cómodo para el entrevistado pero que puede “deformar” el estudio, ya que el listado de posibles respuestas va a depender del encuestador y su buen criterio.

Para evitar la “manipulación” en un cuestionario cerrado, siempre debería existir la opción de respuesta “otra respuesta diferente a las propuestas”

Al conjunto final de respuestas obtenidas le llamamos **VARIABLE ESTADÍSTICA**

Las Variables Estadísticas pueden ser de dos tipos:

- CUALITATIVAS: No son números

Ejemplos:

- Color preferido de un grupo de gente.
- Partido al que votarás en las siguientes elecciones.

- CUANTITATIVAS: Son números

Ejemplos

- Altura de un grupo de personas.
- Gasto mensual de las familias de una ciudad en hipoteca.

ACTIVIDAD 1

1. Califica las siguientes preguntas como abiertas o cerradas:

- a) Elige un lugar para tomar un baño: Playa - Piscina
- b) Indica que color o colores del arco iris te gustan.
- c) Que te llevarías a una isla desierta.
- c) Que te llevarías a una isla desierta, un libro o una Consola de videojuegos.

2. Clasifica las siguientes variables estadísticas en función de su tipo

- a) Litros por metro cuadrado llovidos en Cuenca, en los últimos diez años.
- b) Color más usado en las banderas de las ciudades de Castilla la Mancha
- c) Especies animales en peligro de extinción.
- d) Variación mensual del precio del tomate en la lonja de Albacete.

ACTIVIDAD 2

1. ¿Cuál de las siguientes informaciones te parece claramente manipulada o errónea?

- a. Según un estudio estadístico, realizado a dos personas en un club náutico, se determina que a todos los españoles les encanta el buceo deportivo.

- b. Según un estudio estadístico, realizado por una compañía eléctrica, se sabe que los andaluces no aprecian que haya contaminación generada por las centrales térmicas en nuestro territorio.
- c. Un estudio estadístico determina que el cien por cien de los encuestados respiran cada día.
- d. Todas las opciones anteriores son estudios manipulados o sin sentido.

2. Se quiere conocer la cantidad de CO₂ que hay en el aire en una determinada población. ¿Cuál sería la opción más adecuada para llevar a cabo este estudio?

- a. Crear un cuestionario abierto preguntando por la cantidad de CO₂ que hay en el aire
- b. Crear un cuestionario cerrado con las respuestas: 20 mg/m³, 10 mg/m³ y otra cantidad.
- c. Instalar un aparato medidor en algún punto de la ciudad que registre los datos de cantidad de CO₂ que hay en el aire a lo largo de un periodo determinado de tiempo.

3. Indica si las siguientes variables aleatorias son cualitativas o cuantitativas:

A. Energía aportada por distintas marcas de muesli:

- a. Cualitativa
- b. Cuantitativa

B. Sistema de calefacción utilizado en el invierno por familias de Madrid

- a. Cualitativa
- b. Cuantitativa

C. Volumen de basura generado por las familias de una barriada de Toledo

- a. Cualitativa
- b. Cuantitativa

D. Soluciones al problema de la contaminación de las aguas

- a. Cualitativa
- b. Cuantitativa

4. Se quiere estudiar el nivel de contaminación del agua de un determinado río. Elige la opción más adecuada para elegir la muestra:

- a. Se cogería una muestra de agua al azar de cualquier zona del cauce del río.
- b. Se tomarían varias muestras de agua al azar de distintas zonas a lo largo del cauce del río y en distintos periodos de tiempo.
- c. Se tomaría una muestra de agua al lado de una fábrica que vierte sus residuos directamente al cauce del río.
- d. Se tomaría una muestra de agua al lado de una casa que toma agua directamente del río.
- d. Preguntar a 50 personas que muestra de agua en el lugar de nacimiento del río.

5. Estás realizando un estudio estadístico para conocer la satisfacción de la gente del barrio con el nuevo polideportivo. ¿Qué forma de elegir la muestra crees que es mejor?

- a. Preguntar a 50 personas que estén en el polideportivo.
- b. Preguntar a 50 personas de tus amistades.
- c. Elegir al azar 50 números de teléfono de casas del barrio, llamar y preguntar.

Solución:

ACTIVIDAD 1

1. ¿Cuál de las siguientes informaciones te parece claramente manipulada o errónea?

- d. (*) Todas las opciones anteriores son estudios manipulados o sin sentido.

2. Se quiere conocer la cantidad de CO₂ que hay en el aire en una determinada población. ¿Cuál sería la opción más adecuada para llevar a cabo este estudio?

- c. (*) Instalar un aparato

3. Indica si las siguientes variables aleatorias son cualitativas o cuantitativas:

A. Energía aportada por distintas marcas de muesli:

- b. (*) Cuantitativa

B. Sistema de calefacción utilizado en el invierno por familias de Madrid

- a. (*) Cualitativa

C. Volumen de basura generado por las familias de una barriada de Toledo

- b. (*) Cuantitativa

D. Soluciones al problema de la contaminación de las aguas

- a. (*) Cualitativa

4. Se quiere estudiar el nivel de contaminación del agua de un determinado río.

- b. (*) Se toarían varias muestras de agua

5. Estás realizando un estudio estadístico para conocer la satisfacción de la gente del barrio con el nuevo polideportivo. ¿Qué forma de elegir la muestra crees que es mejor?

- c. (*) Elegir al azar 50 números de teléfono

1.2. ¿De quién lo queremos saber?

Imagínate que queremos saber cuál es el problema medioambiental que más preocupa a los vecinos de Valdepeñas. Podría ocurrir que fuese muy distinto del que pueda preocupar a los vecinos de Manzanares o a la población manchega en su conjunto.

Una vez terminado el cuestionario o el método de recogida de datos adecuado al estudio, **decidir a quién va dirigido:**

POBLACIÓN → Conjunto de elementos objeto de un estudio estadístico.

Cada elemento de la población se llama individuo.

Ejemplo: Vamos a estudiar el número de hermanos de los alumnos.

Población = Los alumnos de la clase.

Individuo = Cada alumno.

Cuando el número de individuos es demasiado grande, o soy incapaz de recopilar información acerca de todos ellos, se recurre a una **MUESTRA**, es decir a una parte que represente la población.

1.2.1. ¿Cómo elegir entonces la muestra?

La muestra puede ser:

- Aleatoria → Se eligen al azar. Esto implica que el estudio sea objetivo, pero puede que no representativo.
- Intencional → El encuestador elige a los individuos que él quiere. Esto implica que el estudio sea subjetivo.

Ejemplo: Estudiar la altura, en centímetros, de las primeras diez personas que pasan por la calle:

- Aleatorio: datos tomados en una calle cualquiera de una ciudad de Castilla La Mancha.
Datos 1: 167, 169, 165, 178, 177, 169, 181, 176, 168 y 175
- Intencionado: datos tomados en la puerta de un pabellón polideportivo a la hora en la que salen de su entrenamiento unos jugadores de un equipo de baloncesto.
Datos 2: 174, 199, 197, 187, 206, 189, 188, 203, 188 y 178

Como se puede comprobar, los resultados son muy diferentes. Así para elegir la muestra utilizaremos muchas veces el sentido común.

2. ORGANIZAMOS LOS DATOS Y LOS REPRESENTAMOS GRÁFICAMENTE

2.1. Organizamos los datos en una tabla

Recogemos los datos en una tabla de frecuencias. En la primera columna colocamos los datos ordenados de menor a mayor y en la segunda columna las veces que se repite cada dato -frecuencia absoluta

Ejercicio: En una clase hay 15 alumnos. Se pregunta a cada alumno: ¿cuántas personas conviven en tu casa? Y la respuesta es la siguiente:

4, 7, 8, 9, 7, 4, 14, 7, 5, 8, 9, 7, 4, 7, 10

Observa que la suma de las frecuencias absolutas coincide con el número total de datos:

Nº de personas	Frecuencia
4	3
5	1
7	5
8	2
9	2
10	1
14	1
TOTAL	15

2.2. Representamos los datos en una gráfica

Los datos recogidos se pueden representar en diferentes tipos de gráficas

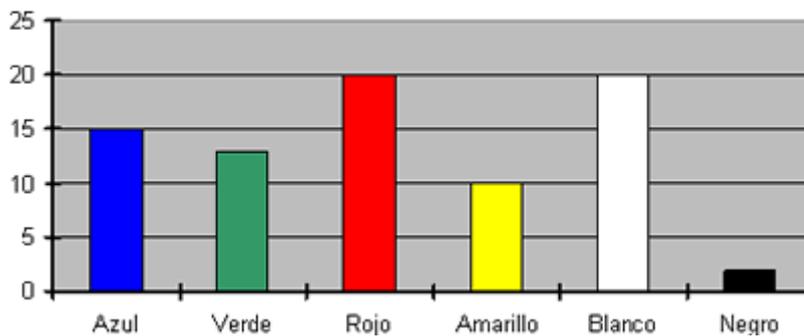
Colores preferidos	Frecuencia
Azul	15
Verde	13
Rojo	20
Amarillo	10
Blanco	20
Negro	2

2.2.1. Diagrama de barras

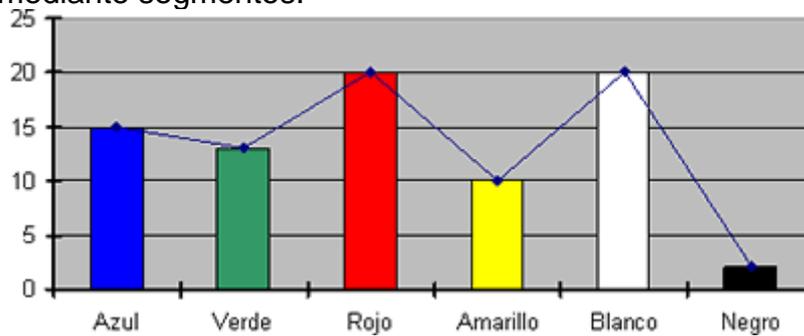
El gráfico que vamos a representar es un diagrama de barras. Para hacerlo sigue los siguientes pasos:

1. Dibuja unos ejes cartesianos.
2. En el eje horizontal colocamos los datos.
3. En el eje vertical las frecuencias.

Diagrama de barras



El **polígono de frecuencias** se forma uniendo los extremos de las barras mediante segmentos.



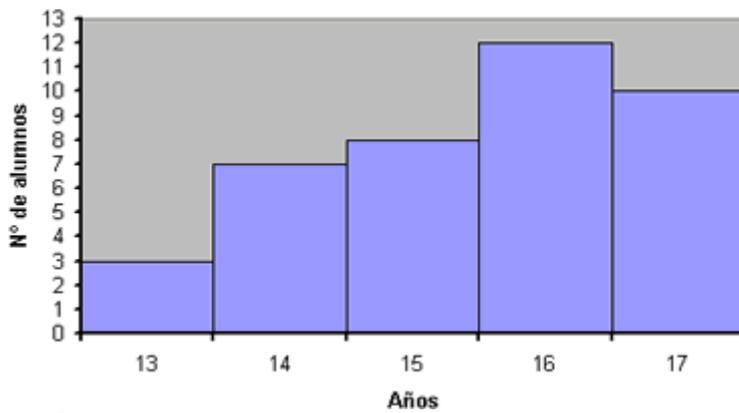
2.2.2. Histograma y Polígono de frecuencias

Para representar variables cuantitativas, podemos emplear el histograma y el polígono de frecuencias.

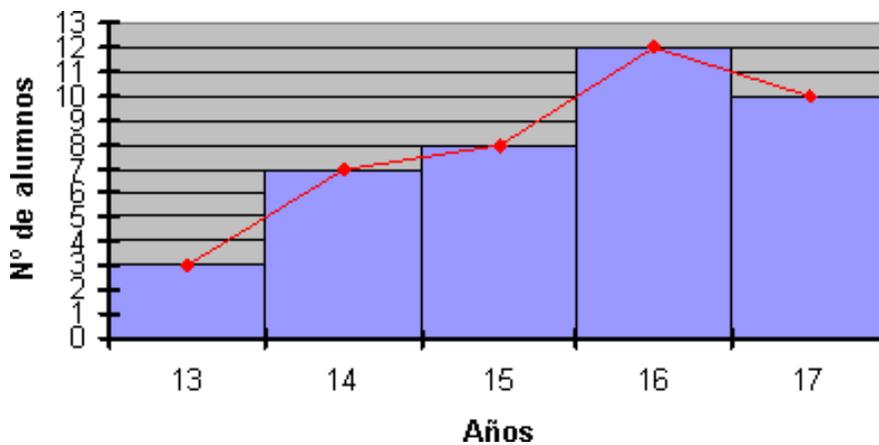
Veamos la siguiente tabla de frecuencias:

Años que van a cumplir los alumnos	Frecuencia
13	3
14	7
15	8
16	12
17	10

La representación gráfica mediante **histograma**.



Polígono de frecuencias. Se utiliza para variables discretas y continuas. Se pueden representar sobre los histogramas o diagramas de barras



2.2.3. Diagrama de sectores

Se usan para todo tipo de variables pero más frecuentemente para variables cualitativas

Observa otra vez la siguiente tabla de valores:

Colores preferidos	Frecuencia
Azul	15
Rojo	13
Verde	20
Morado	10
Cian	20
Naranja	2



CONSTRUCCIÓN del diagrama de sectores

Los datos se representan en un círculo, de modo que el ángulo de cada sector es proporcional a la frecuencia absoluta correspondiente.

$$\alpha = \frac{360^\circ}{N} \cdot n_i$$

N: Población;

n_i : frecuencia absoluta

Ejemplo: En una clase de 30 alumnos, 12 juegan a baloncesto, 3 practican la natación, 9 juegan al fútbol y el resto no practica ningún deporte.

	Alumnos	Ángulo
Baloncesto	12	144°
Natación	3	36°
Fútbol	9	108°
Sin deporte	6	72°
Total	30	360°

$$\alpha_1 = \frac{360^\circ}{30} \cdot 12 = 144^\circ$$

$$\alpha_2 = \frac{360^\circ}{30} \cdot 3 = 36^\circ$$

$$\alpha_3 = \frac{360^\circ}{30} \cdot 9 = 108^\circ$$

$$\alpha_4 = \frac{360^\circ}{30} \cdot 6 = 72^\circ$$



ACTIVIDAD 3

La siguiente lista de valores representa la edad de 75 personas, agrupa estos valores formando una tabla de frecuencias:

12 – 23 – 15 – 13 – 12 – 13 – 17 – 23 – 15 – 12 – 15 – 21 – 20 – 13 – 17
 14 – 15 – 21 – 12 – 15 – 13 – 17 – 21 – 12 – 23 – 12 – 23 – 13 – 22 – 13
 11 – 20 – 15 – 13 – 12 – 23 – 21 – 23 – 18 – 15 – 12 – 21 – 22 – 15 – 17
 17 – 13 – 21 – 11 – 15 – 14 – 18 – 21 – 12 – 20 – 11 – 23 – 13 – 21 – 12
 12 – 11 – 23 – 17 – 16 – 18 – 12 – 23 – 11 – 19 – 17 – 18 – 12 – 22 – 15

ACTIVIDAD 4

Representa la tabla de frecuencias resultante del ejercicio anterior usando un diagrama de barras y un polígono de frecuencias.

ACTIVIDAD 5

En la tabla siguiente se puede observar los alumnos de un centro de secundaria de Toledo agrupados según su altura, en centímetros. Representa estos datos utilizando un histograma y su polígono de frecuencias.

Altura	[150,155)	[155,160)	[160,165)	[165,170)	[170,175)	[175,180)
Alumnos	59	78	128	214	185	121

ACTIVIDAD 6

La siguiente tabla recoge la distribución de los resultados obtenidos por 203 personas en una prueba de acceso para un puesto de trabajo. Representa estos resultados utilizando un diagrama de sectores.

Calificación	APTO	NO APTO	En RESERVA
Frecuencia	35	125	43

ACTIVIDAD 7

En un grupo de personas hemos preguntado por el número medio de días que practican deporte a la semana. Las respuestas han sido las siguientes:

4, 2, 3, 1, 3, 7, 1, 0, 3, 2, 6, 2, 3, 3, 4, 6, 3, 4, 3 y 6

- a) Haz una tabla de frecuencias.
- b) Representa gráficamente la distribución.

ACTIVIDAD 8

Las notas obtenidas en un examen de matemáticas realizado en una clase de 4º ESO han sido las siguientes:

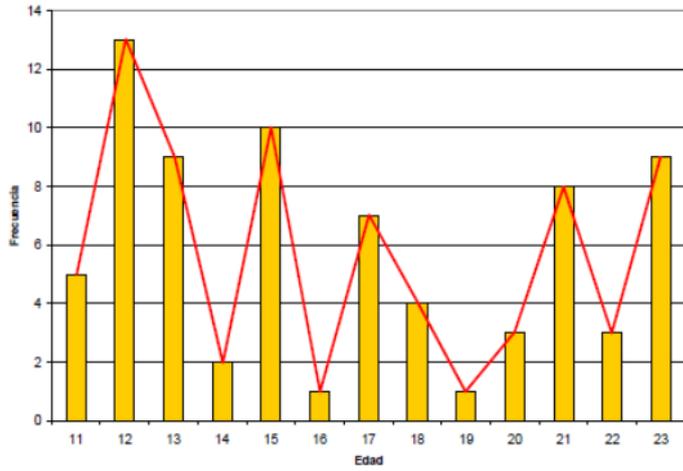
4, 5, 7, 5, 8, 3, 9, 6, 4, 5, 7, 5, 8, 4, 3, 10, 6, 6, 3 y 3

- a) Ordena los datos en una tabla de frecuencias.
- b) Representa gráficamente la distribución.

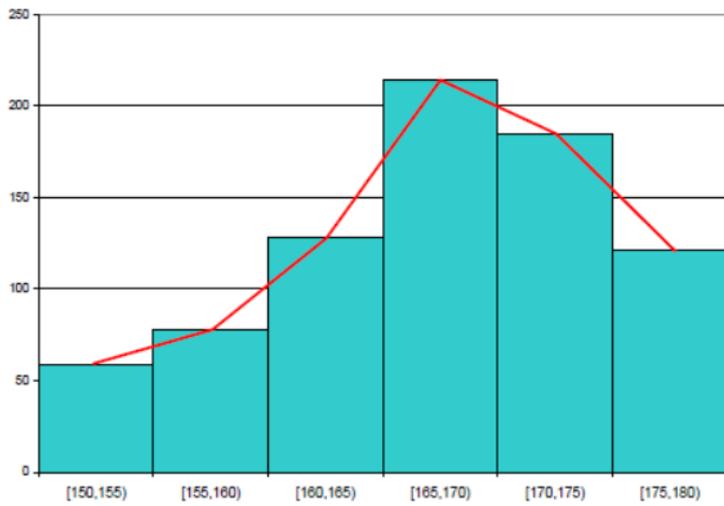
Solución:

ACTIVIDAD 4

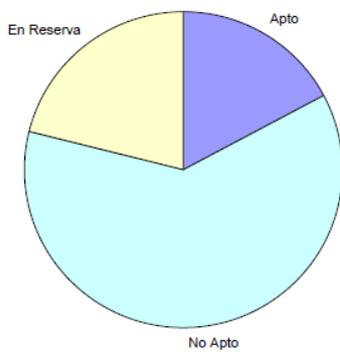
Edad	Frecuencia
11	5
12	13
13	9
14	2
15	1
17	7
18	4
19	1
20	3
21	8
22	3
23	9



ACTIVIDAD 5

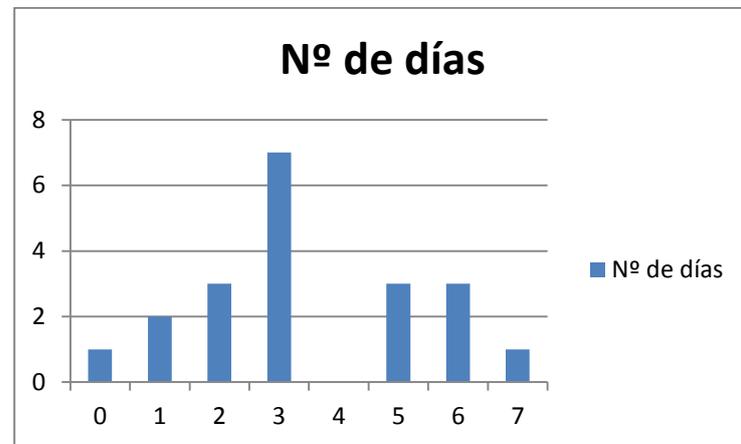


ACTIVIDAD 6



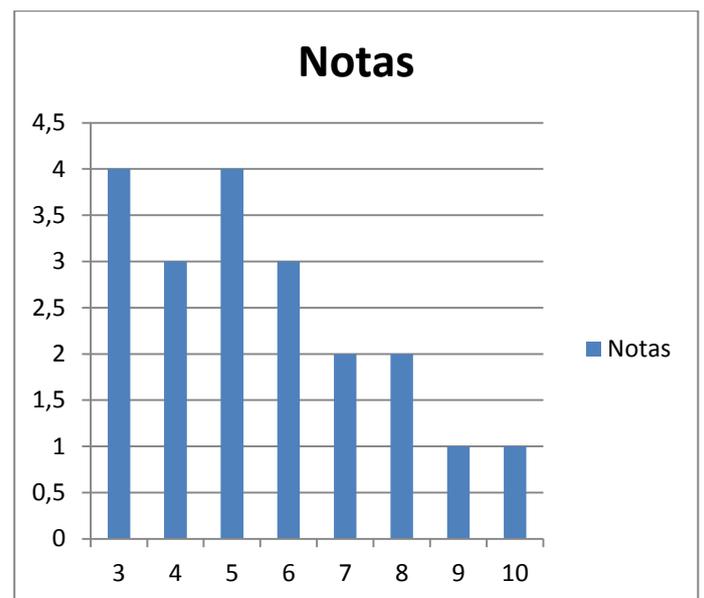
ACTIVIDAD 7

x_i	f_i
1	2
2	3
3	7
4	0
5	3
6	3
7	1
	20



ACTIVIDAD 8

X_i	F_i
3	4
4	3
5	4
6	3
7	2
8	2
9	1
10	1
	20



2.3. Calculamos parámetros y los interpretamos

Los parámetros estadísticos se dividen, fundamentalmente en dos categorías:

- Los parámetros **centrales** son valores que permiten que nos hagamos una idea de cuáles son los valores de los datos obtenidos sin necesidad de conocer estos datos.

Ejemplo; si nos dicen la nota media del examen de matemáticas ha sido 7'3; podemos hacernos una idea de que, en general el examen ha resultado bien.

- Los parámetros de **dispersión** permiten establecer la fiabilidad con la que los parámetros centrales reflejan la situación de los datos.

Ejemplo; si con respecto al examen de matemáticas nos dicen la nota media del examen de matemáticas ha sido 7'3, y la desviación de los datos alta; esto significa el examen se ha dado, en general bien, pero que habrá calificaciones muy buenas: nueves o dieces; y calificaciones muy bajas: treses o doses.

Sin embargo, si nos dicen, la nota media del examen de matemáticas ha sido 7'3, y la desviación de los datos baja; esto significa que el examen se ha dado bien y además, las notas serán fundamentalmente valores cercanos al valor medio, es decir, habrán muchos ochos y seises y sietes.

Parámetros Centrales

- Media → Es la suma de todos los datos dividida entre el número total de datos.

$$\bar{X} = \frac{\sum (x_i \cdot n_i)}{n}$$

- Moda → Es el dato que mayor número de veces se repite. Suele usarse como símbolo Mo.

- Mediana:

Si el número de datos es impar, la mediana es el dato central.

Si el número de datos es par, la mediana es la media de los dos datos centrales.

Veamos:

Años que van a cumplir los alumnos	Frecuencia
13	3
14	7
15	8
16	12
17	10

Mediana=15.5

Moda=16

Mediana = 15

En este otro ejemplo, como el número de datos es par:

Años que van a cumplir los alumnos	Frecuencia
13	3
14	7
15	8
16	12
17	10
18	10

La Mediana = $\frac{15+16}{2} = 15,5$

Parámetros de dispersión

- Recorrido o rango → Es la diferencia entre el mayor y el menor valor de los datos (X_i)

Recorrido = $17 - 13 = 4$

- Varianza. → Se calcula con la fórmula:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i^2 \cdot n_i)}{N} - \bar{X}^2$$

- Desviación típica: → Se calcula con la fórmula:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

- Coeficiente de variación → $CV = \frac{\sigma}{\bar{X}}$

Nos indican si los datos están más o menos dispersos con respecto a la media.

EJEMPLOS

• PARÁMETROS DE CENTRALIZACIÓN

6 Se ha hecho un estudio del número de veces que los alumnos de una clase han ido al cine durante el último mes, obteniéndose los siguientes resultados:

Nº de veces	0	1	2	3	4	5	6	7
Frecuencia	3	2	7	5	4	4	3	2

Calcula los parámetros de centralización que sea posible.

Solución:

x_i	n_i	N_i	$x_i \cdot n_i$
0	3	3	0
1	2	5	2
2	7	12	14
3	5	17	15
4	4	21	16
5	4	25	20
6	3	28	18
7	2	30	14
Total	30		99

Como el carácter es cuantitativo discreto, se pueden calcular:

$$\text{Media: } \bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{N} = \frac{99}{30} = 3,3$$

Moda: 2

Mediana: 3

Los datos se agrupan en torno a 3,3, siendo el más frecuente el 2

7 Se ha realizado un sondeo sobre el dinero que llevan 30 alumnos de un centro, obteniéndose los siguientes resultados:

6	4	3	5,3	2,5	4,2
0,5	9	3,25	12	5,5	3,2
6,2	1,2	9,5	4,1	14,5	2
4	6,5	3,1	1,3	4,2	7
3,8	3	4,5	10	5	2,25

a) Agrupa los datos en intervalos.

• PARAMETROS DE DISPERSIÓN

Ejemplo 1

En un centro de cálculo, el número de veces que un ordenador se detiene por un error interno se ha recogido durante los últimos 50 días en la siguiente tabla:

x_i	0	1	2	3	4	5	6
n_i	3	6	8	12	10	8	3

Calcula la varianza, la desviación típica y el coeficiente de variación. Interpreta el resultado.

Solución:

x_i	n_i	$x_i \cdot n_i$	x_i^2	$x_i^2 \cdot n_i$
0	3	0	0	0
1	6	6	1	6
2	8	16	4	32
3	12	36	9	108
4	10	40	16	160
5	8	40	25	200
6	3	18	36	108
Total	50	156		614

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{N} = 3,12$$

$$V = \frac{\sum x_i^2 \cdot n_i}{N} - \bar{x}^2 = 2,55$$

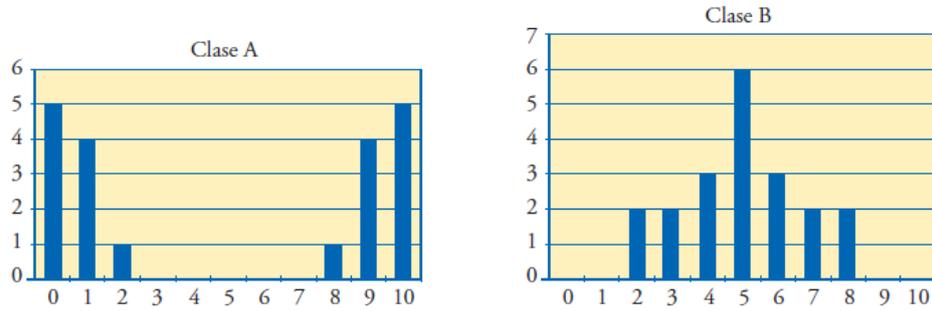
$$\sigma = 1,6$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = 0,51 \Rightarrow 51\%$$

Los datos se agrupan en torno a 3,12 con una dispersión del 51%. Los datos están muy dispersos.

Ejemplo 2

Los gráficos adjuntos representan los datos de las calificaciones que dos clases han tenido en la misma asignatura.



- a) Si Rocío desea sacar un diez, ¿a qué clase debería ir?
- b) Si lo que quiere es asegurar el aprobado, ¿a qué clase debería ir?

Solución:

- a) Si Rocío desea sacar un diez, debe ir a la clase A, que es en la que algunos alumnos sacan esa nota.
- b) Si lo que quiere es asegurar el aprobado, debe ir a la clase B, en la que no hay notas extremas, pero en la que la mayoría de los alumnos aprueban.

Ejemplo 3

El número de personas que ha acudido diariamente a la consulta de un médico es el último año ha sido:

Nº de paciente	8	10	12	14	15	20
Nº de días	5	4	6	6	3	1

Calcula la varianza, la desviación típica y el coeficiente de variación

Solución:

x_i	n_i	$x_i \cdot n_i$	x_i^2	$x_i^2 \cdot n_i$
8	5	40	64	320
10	4	40	100	400
12	6	72	144	864
14	6	84	196	1176
15	3	45	225	675
20	1	20	400	400
Total	25	301		3835

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{N} = \frac{301}{25} = 12,04$$

$$V = \frac{\sum x_i^2 \cdot n_i}{N} - \bar{x}^2 = 8,44$$

$$\sigma = 2,9$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = 0,24 \Rightarrow 24\%$$

Los datos se distribuyen alrededor de 12,04, con un 24% de dispersión.

• CÁLCULOS ESTADÍSTICOS

Se ha realizado un estudio sobre el número d personas activas que hay por familia con el mismo número de miembros con posibilidad de trabajar. Obteniéndose los siguientes resultados:

2	1	2	2	1	2	4	2	1	1
2	3	2	1	1	1	3	4	2	2
2	2	1	2	1	1	1	3	2	2
3	2	3	1	2	4	2	1	4	1
1	3	4	3	2	2	2	1	3	3

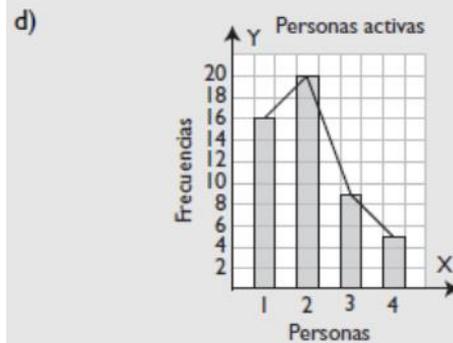
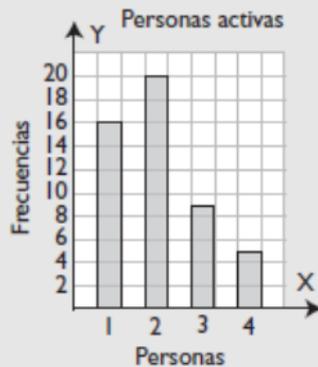
- a) Clasifica el carácter estadístico
- b) Haz una tabla de frecuencias
- c) Representa los datos en un diagrama de barras
- d) Interpreta los resultados

Solución a) Cuantitativo discreto

b)

x_i	n_i	N_i	$N_i (%)$	f_i	$f_i (%)$	F_i
1	16	16	32	0,32	32	0,32
2	20	36	72	0,40	40	0,72
3	9	45	90	0,18	18	0,90
4	5	50	100	0,10	10	1,00
Total	50			1,00	100	

c) Diagrama de barras.



Como las familias tienen el mismo número de miembros, se ve que más de la mitad (36 familias de 50), el 72%, tienen 1 o 2 miembros activos. Es decir, en el 72% de las familias, solo trabajan 1 o 2 miembros de los 4 que pueden trabajar.

ACTIVIDAD 8

La siguiente tabla contiene datos acerca de la cantidad de nuevos usuarios adultos en las bibliotecas de Castilla La Mancha, en los años que se indican. Calcula la media, la desviación típica y el coeficiente de variación.

Año	2003	2004	2005	2006	2007
Nuevos usuarios	42715	42713	40336	53433	46714

CURSO 2014-15

ACTIVIDAD 9

En la siguiente tabla se ofrecen datos acerca de la cantidad de nuevos usuarios infantiles en las bibliotecas de Castilla La Mancha, en los años que se indican. Calcula la media, la desviación típica y el coeficiente de variación.

Año	2003	2004	2005	2006	2007
Nuevo usuarios	28559	26585	25457	29516	31857

ACTIVIDAD 10

En la siguiente tabla se ofrecen datos acerca de la cantidad total de puestos de lectura en las bibliotecas de Castilla La Mancha, en los años que se indican. Calcula la media, la desviación típica y el coeficiente de variación.

Año	2003	2004	2005	2006	2007
Nuevo usuarios	23839	24692	25110	25634	27014

ACTIVIDAD 11

Compara la dispersión de los resultados de las actividades anteriores, utilizando en cada caso el parámetro adecuado.

Soluciones:

ACTIVIDAD 8

Media=45182'2; DT=4606'33; CV=10'2%

ACTIVIDAD 9

Media=28394'8; DT=2243'96; CV=7'9%

ACTIVIDAD 10

Media=25257'8; DT=1056'47; CV=4'18%

ACTIVIDADES 11

La dispersión de los datos de nuevos usuarios adultos e infantiles se puede comparar utilizando la DT o el CV, en este caso se observa que los datos correspondientes a los adultos tienen una mayor dispersión. Para comparar la dispersión de la cantidad total de puestos con las otras dos listas de datos debemos utilizar el CV, observándose en este caso que éste último indicativo es el que presenta menor dispersión. En conclusión, el número de puestos de lectura es más estable en el tiempo que el número de nuevos usuarios infantiles y mucho más estable que el número de nuevos usuarios adultos.

BLOQUE 12. Azar y probabilidad. La tecnología en la historia. Recursos energéticos y desarrollo sostenible.

TEMA 6. Probabilidad

ÍNDICE

1. Tipos de experimentos
 - 1.1. Experimentos deterministas
 - 1.2. Experimentos aleatorios
2. Espacio muestral
3. Tipos de sucesos
4. Espacio de sucesos
5. Operaciones con sucesos
 - 5.1 Unión de sucesos
 - 5.2 Interacción de sucesos
6. Probabilidad
 - 6.1. Regla de Laplace
 - 6.2 Axiomas de la probabilidad
 - 6.3. Propiedades de la probabilidad
7. Probabilidad de sucesos compuestos
8. Diagramas de árbol
9. Solución a los ejercicios

1. TIPOS DE EXPERIMENTOS

Las probabilidades constituyen una rama de las matemáticas que se ocupa de medir o determinar la posibilidad de que un suceso o experimento produzca un determinado resultado.

1.1. Experimentos deterministas

Son aquellos en los que podemos predecir el resultado antes de que se realicen.

Ejemplo:

Si dejamos caer una piedra desde una ventana sabemos, sin lugar a dudas la pelota bajará. Si la arrojamos hacia arriba, sabemos que subirá durante un intervalo de tiempo y después bajará. Es decir, sé predecir el resultado.

1.2. Experimentos aleatorios

Son aquellos en los que no se puede predecir el resultado. Depende del azar.

Ejemplo: Lanzar una moneda al aire, no sabemos si será cara o cruz.

ACTIVIDAD 1

Di que tipo de experimento son:

- a. Lanzar un dado y anotar el resultado.
- b. Llenar una botella de agua y sin cerrarla ponerla boca abajo, anotando lo que le ocurre al agua.
- c. Lanzar una pelota hacia arriba y anotar si vuelve a caer o no.

2. ESPACIO MUESTRAL

Es el conjunto formado por todos los resultados posibles de un experimento aleatorio.

Se representa por E

- Espacio muestral de una moneda: $E = \{C, X\}$.
- Espacio muestral de un dado: $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Ejemplo 1:

En el experimento “lanzar un dado”.

- a. Un suceso sería “salir un número par”. Otro suceso sería “salir un dos”
 - b. El espacio muestral es $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
 - c. Algunos sucesos aleatorios:
 - a. Salir par: ya que $\{2, 4, 6\}$ está incluido en $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, es decir $\{2, 4, 6\} \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$,
 - b. Obtener múltiplo de 3: al ser $\{3, 6\} \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- (\subseteq : significa estar incluido en)

3. TIPOS DE SUCESOS

- Suceso aleatorio → de un experimento aleatorio, es cada uno de los subconjuntos del espacio muestral E.

Ejemplo:

Al lanzar un dado podemos considerar algunos de los posibles subconjuntos de E.

Salir par: $A = \{2, 4, 6\}$ Salir impar: $B = \{1, 3, 5\}$	Salir múltiplo de 3 $C = \{3, 6\}$ Salir múltiplo de 5 $D = \{5\}$
--	---

Un suceso se designa con una letra mayúscula y se define mediante una propiedad o por el conjunto de los posibles resultados.

Por ejemplo, el lanzamiento de un dado: A : “obtener cifra par” o bien $A = \{2, 4, 6\}$

- Suceso elemental → Formado por un único resultado del experimento aleatorio.
- Suceso compuesto → Formado por varios sucesos elementales.
- Suceso seguro → El que ocurre siempre, para cualquier resultado que se obtenga.
- Suceso imposible → Aquel que no ocurre nunca. Lo representamos por \emptyset

Ejemplo:

Lanzamos un dado de seis caras al aire y anotamos el resultado obtenido en la cara superior. Indica:

- a. Los sucesos elementales
- b. Dos sucesos compuestos,
- c. El suceso seguro
- d. Dos sucesos imposibles
- e. dos sucesos A y B tal que $A \subset B$
- f. Dos sucesos iguales

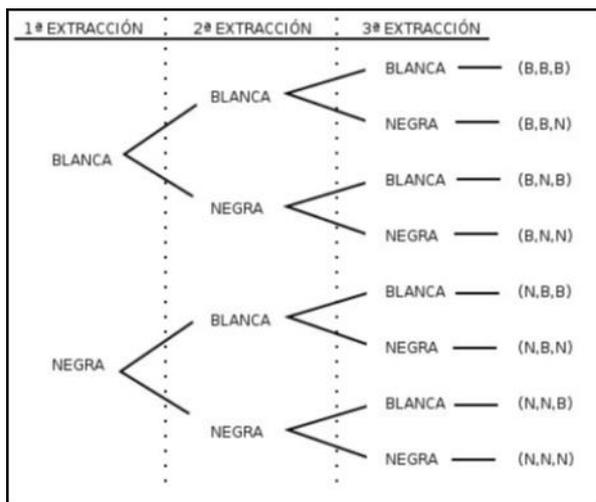
Solución:

- Los sucesos elementales son “obtener 1”, “obtener 2”, ..., “obtener 6”
- Los sucesos A: “obtener par” y B: “obtener mayor o igual que 3” son compuestos, pues $A=\{2,4,6\}$ y $B=\{3,4,5,6\}$
- El sucesos seguro es $E=\{1,2,3,4,5,6\}$
- El suceso obtener 7 o el suceso obtener -4 son sucesos imposibles.
- Si consideramos el suceso A: obtener 2 ó 4 y el suceso B: obtener par, entonces $A\subset B$, pues 2 y 4 son números pares.
- Si A es el suceso obtener número impar y $B=\{1,3,5\}$, entonces $A=B$

EJEMPLO

Una bolsa contiene bolas blancas y negras. Se extraen sucesivamente tres bolas. Calcula:

- El espacio muestral
- El suceso $A = \{\text{extraer tres bolas del mismo color}\}$
- El suceso $C = \{\text{extraer al menos una bola blanca}\}$
- El suceso $D = \{\text{extraer una sola bola negra}\}$



Solución:

- El espacio muestral: $E = \{(b,b,b); (b,b,n); (b,n,b); (n,b,b); (b,n,n); (n,b,n); (n,n,b); (n,n,n)\}$
- El suceso $A = \{\text{extraer tres bolas del mismo color}\}$: $B = \{(b,b,b); (n,n,n)\}$
- El suceso $C = \{\text{extraer al menos una bola blanca}\}$:
 - $C = \{(b,b,b); (b,b,n); (b,n,b); (n,b,b); (b,n,n); (n,b,n); (n,n,b)\}$
- El suceso $D = \{\text{extraer una sola bola negra}\}$: $D = \{(b,b,n); (b,n,b); (n,b,b)\}$

CURSO 2014-15

ACTIVIDAD 1

Estudia el experimento que consiste en lanzar una moneda y anotar el resultado de la cara superior.

Espacio muestral: $E = \{ C, X \}$
 Espacio de sucesos: $S = \{ \emptyset, \{ C \}, \{ X \}, \{ C, X \} \}$
 Sucesos elementales: $\{ C \}, \{ X \}$
 Suceso cierto: $E = \{ C, X \}$
 Suceso imposible: \emptyset

ACTIVIDAD 2

En una urna hay 2 bolas blancas y 3 negras. Escribe el espacio muestral asociado a los experimentos:

- extraer una bola,
- extraer dos bolas.

ACTIVIDAD 3

En el experimento sacar dos cartas de una baraja española de 40 cartas, escribe dos posibles resultados para que ocurran los sucesos siguientes:

- Salir dos figuras
- Salir un oro y un basto
- Salir una figura y un oro

ACTIVIDAD 4

En el experimento lanzar un dado hemos obtenido como resultado un 3. Indica cuáles de los siguientes sucesos se han realizado:

- Salir un número impar
- $A = \{2,3\}$
- Salir un número mayor que 4

- Sucesos compatibles → Dos sucesos son compatibles, cuando tienen algún elemento en común. Si A es sacar puntuación par al tirar un dado y B es obtener múltiplo de 3, A y B son compatibles porque el 6 es un suceso elemental común.
- Sucesos incompatibles → Dos sucesos, A y B, son incompatibles cuando no tienen ningún elemento en común. Si A es sacar puntuación par al tirar un dado y B es obtener múltiplo de 5, A y B son incompatibles.
- Sucesos independientes → Dos sucesos, A y B, son independientes cuando la probabilidad de que suceda A no se ve afectada porque haya sucedido o no B. Al lanzar dos dados los resultados son independientes.
- Sucesos dependientes → Dos sucesos A y B son dependientes si la probabilidad de B cambia cuando se sabe que ha ocurrido A. Extraer dos cartas de una baraja, sin reposición, son sucesos dependientes.
- Suceso contrario → Se llama suceso contrario de un suceso A y se representa con \bar{A} , el suceso que tiene lugar cuando no ocurre A. Son sucesos contrarios sacar par e impar al lanzar un dado.

EJEMPLOS

En los siguientes ejemplos utilizaremos una baraja española, una baraja de 40 cartas, para ilustrar los conceptos definidos en los apartados precedentes.

- **Experimento 1:** “sacar una carta de una baraja española”; en este caso el espacio muestral será: $E = \{\text{las 40 cartas de la baraja}\}$
 - Suceso: “salir el as de bastos” Es ente caso el suceso es elemental, ya que incluye a un único elemento del espacio muestral.
 - Suceso A: “salir el as de oros o la sota de bastos”
 - Suceso B: “salir un as”
 - Suceso C: “salir una carta de copas”
- Ahora los tres sucesos son compuestos, ya que todos constan de más de un elemento del espacio muestral.
- Además los sucesos A y B son compatibles, ya que ambos pueden ocurrir a la vez si la carta extraída es el as de oros. También los sucesos B y C, ya que ocurrirán los dos si la carta que sale es el as de copas.
- Los sucesos A y C son incompatibles, ya que no pueden suceder a la vez, sea cual sea la carta que salga. El suceso contrario al suceso B será “no salir un as”, y se denotará de la forma: \bar{B} ; igualmente podemos decir que el suceso contrario del suceso C es: $\bar{C} = \text{“no salir una carta de copas”}$.
- Suceso seguro es: “cualquier carta”; y
- Suceso imposible es: “ninguna carta”, aunque en este caso podríamos poner como ejemplo cualquier resultado que no pudiera darse al extraer una carta de la baraja.
- **Experimento 2:** realizar una extracción de la baraja, anotar el resultado y volver a introducir la carta en la baraja, realizar entonces una segunda extracción y anotar el resultado. En este caso el espacio muestral está formado por parejas de cartas.
 - Suceso A: “salir el as de bastos en la primera extracción”
 - Suceso B: “salir el as de bastos en la segunda extracción”
- Los sucesos A y B son independientes, ya que la carta que salga en la segunda extracción no depende del resultado obtenido en la primera, puesto que el resultado únicamente se anota y la carta vuelve a ponerse en el mazo.
- **Experimento 3:** realizar una extracción de la baraja, y a continuación realizar una segunda extracción y anotar el resultado de ambas. En este caso el espacio muestral está formado por parejas de cartas, pero notar que los dos elementos de la pareja deben ser distintos.
 - Suceso A: “salir el as de bastos en la primera extracción”
 - Suceso B: “salir el as de bastos en la segunda extracción”
- Los sucesos son dependientes, ya que si ocurre A, es decir, sale el as de bastos en la primera extracción, no puede ocurrir el suceso B, porque esa carta no estaría en el mazo, mientras que si el suceso A no ocurre, entonces puede ocurrir B.

ACTIVIDAD 5

De una baraja española de 40 cartas extraemos una carta, indica si en cada uno de los apartados siguientes aparecen sucesos compatibles o no:

- $A=\{\text{Salir una figura}\}$, $B=\{\text{Salir un oro}\}$
- $A=\{\text{Salir el as de bastos}\}$, $B=\{\text{Salir el as de copas}\}$
- $A=\{\text{Salir una copa}\}$, $B=\{\text{Salir el siete de copas}\}$

ACTIVIDAD 6

En el experimento de lanzar un dado y anotar su resultado, escribe el suceso contrario a: $A=\{\text{Sacar un número par menor que 5}\}$; $B=\{1,2,6\}$; $C=\{3\}$

ACTIVIDAD 7

En una urna tenemos 3 bolas blancas y dos bolas rojas. Identifica la dependencia o independencia de sucesos en cada uno de los experimentos siguientes:

- Experimento sin reemplazamiento: sacamos una bola, la dejamos fuera y sacamos otra. Sucesos: $A=\{\text{Roja en la primera extracción}\}$
 $B=\{\text{Blanca en la segunda extracción}\}$.
- Experimento con reemplazamiento: sacamos una bola, anotamos su color, volvemos a meterla en la urna y sacamos otra. Sucesos: $A=\{\text{Roja en la primera extracción}\}$ $B=\{\text{Blanca en la segunda extracción}\}$.

4. ESPACIO DE SUCESOS

Espacio de sucesos, S , es el conjunto de todos los sucesos aleatorios.

Si tiramos una moneda el espacio de sucesos está formado por: $S= \{ \emptyset , \{C\}, \{X\}, \{C,X\} \}$.

Observamos que el primer elemento (\emptyset) es el suceso imposible y el último ($\{C,X\}$) el suceso seguro.

Si E tiene un número finito de elementos, n , de elementos el número de sucesos de E es 2^n .

EJEMPLOS:

Una moneda $E= \{C, X\}$.

$$\text{Número de sucesos} = 2^2 = 4$$

Dos monedas $E= \{(C,C); (C,X); (X,C); (X,X)\}$.

$$\text{Número de sucesos} = 2^4 = 16$$

Un dado $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

$$\text{Número de sucesos} = 2^6 = 64$$

ACTIVIDAD 8

Escribe el espacio de sucesos asociado a la extracción de dos bolas de una urna que tiene una bola roja y dos bolas blancas.

5. OPERACIONES CON SUCESOS

UNIÓN DE SUCESOS

La unión de sucesos, $A \cup B$, es el suceso formado por todos los elementos de A y de B. Es decir, el suceso $A \cup B$ se verifica cuando **ocurre uno de los dos, A o B, o ambos**. $A \cup B$ se lee como "A o B".

En el ejemplo anterior: $A \cup B = \{2, 3, 4, 6\}$

INTERSECCIÓN DE SUCESOS

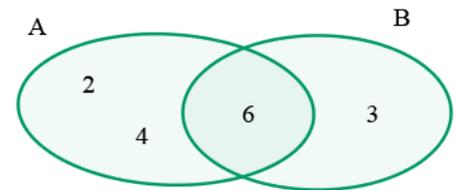
La intersección de sucesos, $A \cap B$, es el suceso formado por todos los elementos que son, a la vez, de A y B. Es decir, el suceso $A \cap B$ se verifica cuando ocurren simultáneamente A y B. $A \cap B$ se lee como "A y B".

Vemos este apartado usando el mismo ejemplo: Consideramos el experimento que consiste en lanzar un dado, si $A = \text{"sacar par"}$ y $B = \text{"sacar múltiplo de 3"}$.

$$A = \{2, 4, 6\}$$

$$B = \{3, 6\}$$

En el ejemplo : $A \cap B = \{6\}$



ACTIVIDAD 9

De una baraja española de 40 cartas se extrae una carta. Escribe un resultado posible sabiendo que se verifica el suceso:

- $\{\text{Salir 3 de bastos}\} \cup \{\text{Salir caballo}\} \cup \{\text{Salir as}\}$
- $\{\text{Salir copa}\} \cup \{\text{Salir el tres de oros}\}$

ACTIVIDAD 10

Dados los conjuntos $A = \{a, b, c, d, e\}$ y $B = \{a, c, e, f, g, h\}$, represéntalos usando un diagrama de Venn.

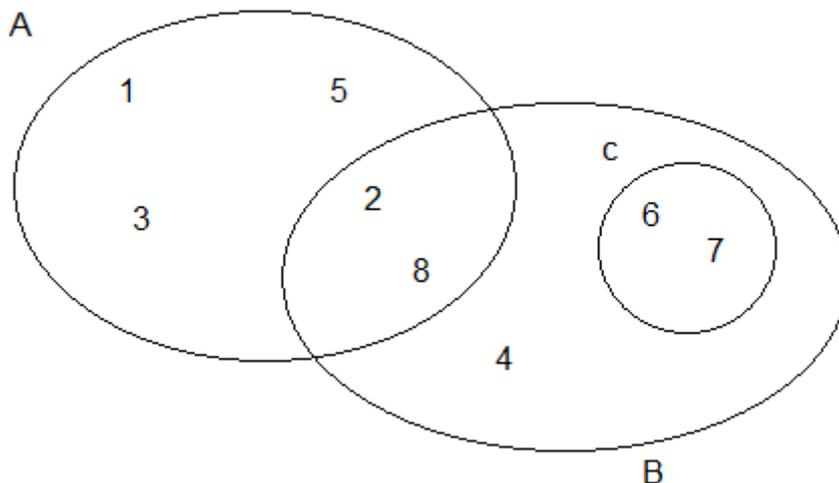
ACTIVIDAD 11

De una baraja española de 40 cartas se extrae una carta. Escribe un resultado posible sabiendo que se verifica el suceso:

- $\{\text{Salir bastos}\} \cap \{\text{Salir caballo}\}$
- $\{\text{Salir copa}\} \cap (\{\text{Salir el tres de oros}\} \cup \{\text{Salir un cinco}\})$

ACTIVIDAD 12

Dada la imagen siguiente, calcula a) $A \cap B$ b) $A \cap C$ c) $B \cap C$



DIFERENCIA DE SUCESOS

La diferencia de sucesos, $A - B$, es el suceso formado por todos los elementos de A que no son de B.

Es decir, la diferencia de los sucesos A y B se verifica cuando lo hace A y no B.

$A - B$ se lee como "A menos B".

En el ejemplo: $A - B = \{2, 4\}$

SUCESOS CONTRARIOS

El suceso $\bar{A} = E - A$ se llama **suceso contrario** o complementario de A. Es decir, se verifica siempre y cuando no se verifique A.

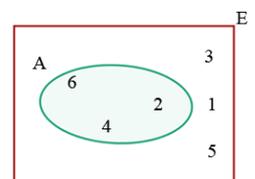
Ejemplo

Consideramos el experimento que consiste en lanzar un dado, si $A =$

"sacar par". Calcular \bar{A} .

$$A = \{2, 4, 6\}$$

$$\bar{A} = \{1, 3, 5\}$$



6. PROBABILIDAD

En este apartado veremos cómo se asignan probabilidades a sucesos de ciertos experimentos, ten en cuenta que cuando se hace un experimento aleatorio se pueden dar dos situaciones:

- Que conozcamos de antemano, o a priori, los resultados que pueden darse: por ejemplo en el caso del lanzamiento de una moneda, experimento en el que sólo puede obtenerse cara o cruz. En estos casos se dice que la asignación de probabilidades se realiza "a priori".
- Que desconozcamos a priori los resultados que pueden darse: por ejemplo, en el experimento "contar los coches que echan gasolina en una determinada estación de servicio de 9 a 10 de la mañana", evidentemente no sabemos de antemano cuantos valores pueden darse la asignación de probabilidades se realiza a posteriori.

6.1. Regla de Laplace

En este nos referiremos a la asignación de probabilidades “a priori”, utilizando una regla que lleva el nombre del matemático francés Pierre Simon Laplace, así si realizamos un experimento aleatorio en el que hay n sucesos elementales, todos igualmente probables, **equiprobables**, entonces si A es un suceso, la **probabilidad** de que ocurra el suceso A es:

$$P(A) = \frac{\text{número de casos favorables a } A}{\text{número de casos posibles}}$$

Ejemplo 1

Hallar la probabilidad de que al lanzar dos monedas al aire salgan dos caras.

Casos posibles: {cc, cx, xc, xx}.

Casos favorables: 1.

$$P(2 \text{ caras}) = \frac{1}{4}$$

Ejemplo 2

En una baraja de 40 cartas, hallar la $P(\text{as})$ y $P(\text{copas})$.

Casos posibles: 40.

Casos favorables de ases: 4.

$$P(\text{as}) = \frac{1}{40}$$

Casos favorables de copas: 10.

$$P(\text{copas}) = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$$

6.2. Axiomas de la probabilidad

1. La probabilidad es positiva y menor o igual que 1.

$$0 \leq p(A) \leq 1$$

2. La probabilidad del suceso seguro es 1.

$$p(E) = 1$$

3. Si A y B son incompatibles, es decir $A \cap B = \emptyset$ entonces:

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B)$$

6.2. Propiedades de la probabilidad

1. La probabilidad del suceso contrario es: $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
2. Probabilidad del suceso imposible es cero. $P(\emptyset) = 0$
3. La probabilidad de la unión de dos sucesos **COMPATIBLES** es la suma de sus probabilidades restándole la probabilidad de su intersección.

$$P(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

7. PROBABILIDAD DE SUCESOS COMPUESTOS

En los sucesos compuestos, los casos posibles se calculan igual que los siguientes ejemplos:

- Si tiramos tres veces una moneda el número de casos posibles son: como la moneda tiene dos posibilidades (Cara o Cruz) será: $2 \times 2 \times 2 = 8$
- Si tiramos dos dados, cada dado tiene 6 posibilidades luego el número de casos posibles serán: $6 \times 6 = 36$
- Si lanzamos un dado y una moneda serán $6 \times 2 = 12$

Y así sucesivamente.

Sucesos dependientes e independientes

- ✓ Si A y B son **independientes** se verifica:
 $P(A \text{ y } B) = P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$
- ✓ Si A y B son **dependientes** se verifica:
 $P(A \text{ y } B) = P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B \text{ supuestamente ocurrido } A)$

Ejemplo1: Extraemos de una baraja tres cartas. Halla la probabilidad de sean tres sotas

a) con devolución después de cada extracción. (sucesos independientes)

b) Sin devolución. (sucesos dependientes)

$$a) P(\text{sota, sota, sota}) = \frac{4}{40} \cdot \frac{4}{40} \cdot \frac{4}{40} = \frac{64}{64000} = \frac{1}{1000} = 0,1$$

$$b) P(\text{sota, sota, sota}) = \frac{4}{40} \cdot \frac{3}{39} \cdot \frac{2}{38} = \frac{24}{59480} = \frac{1}{2470} = 0,0004$$

Ejemplo2: Lanzamos un dado 3 veces.

Halla la probabilidad de sacar un 5 las tres veces.

$$P(\text{cinco, cinco, cinco}) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{216} = 0,0047$$

ACTIVIDAD 12

En una baraja española de 40 cartas, sean los sucesos $A = \{\text{Salir una figura}\}$, $B = \{\text{Salir un oro}\}$ y $C = \{\text{Salir un As}\}$. Sabemos que $P(A) = 0,3$, que $P(B) = 0,25$, $P(C) = 0,1$, $P(A \cap B) = 0,075$, $P(A \cap C) = 0$ y $P(B \cap C) = 0,025$. Si extraemos una carta, calcula:

- a) $P(\{\text{Salir una figura}\} \cup \{\text{Salir un As}\})$
- b) $P(\{\text{Salir una figura}\} \cup \{\text{Salir un oro}\})$
- c) $P(\{\text{Salir un As}\} \cup \{\text{Salir un oro}\})$

8. DIAGRAMAS DE ÁRBOL

A veces es útil calcular el espacio muestral utilizando lo que se llama diagrama en Árbol.

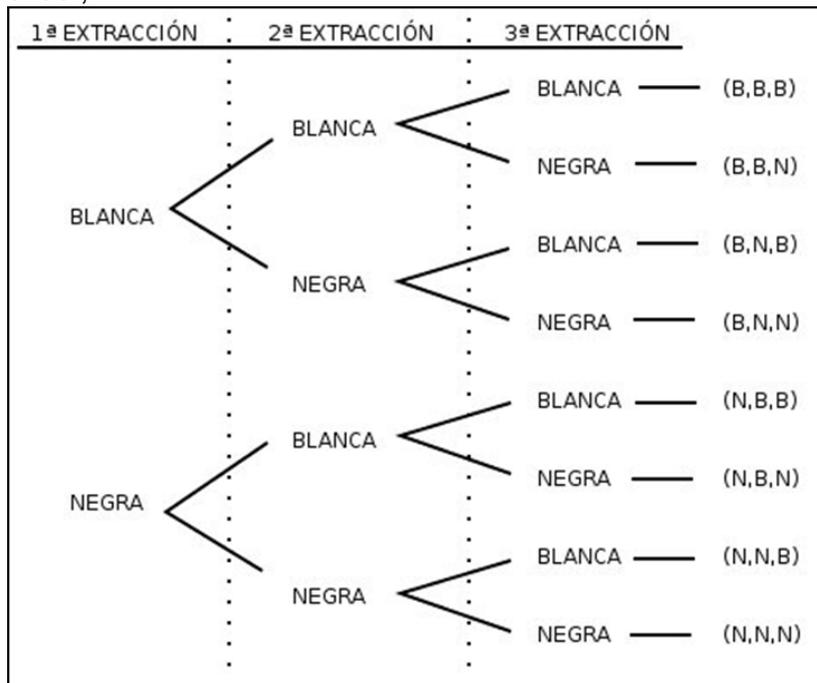
Para la construcción de un diagrama en árbol se partirá poniendo una rama para cada una de las posibilidades, acompañada de su probabilidad.

En el final de cada rama parcial se constituye a su vez, un nudo del cual parten nuevas ramas, según las posibilidades del siguiente paso, salvo si el nudo representa un posible final del experimento (nudo final).

Hay que tener en cuenta que la suma de probabilidades de las ramas de cada nudo ha de dar 1.

Ejemplo1.

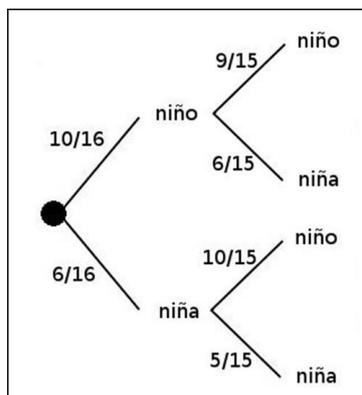
Una bolsa contiene bolas blancas y negras. Se extraen sucesivamente 3 bolas. Calcular: El espacio muestral: podemos obtenerlo utilizando 1 diagrama de árbol,



Ejemplo2.-

Una clase consta de seis niñas y 10 niños. Si se escoge un comité de tres al azar, hallar la probabilidad de:

1. Seleccionar tres niños.
2. Seleccionar exactamente dos niños y una niña.
3. Seleccionar exactamente dos niñas y un niño.
4. Seleccionar tres niñas.



ACTIVIDAD 13

1. En una urna hay dos bolas rojas y tres verdes. Se realizan tres extracciones sin reemplazamiento (sin meter la bola que se saca). Realiza el desarrollo del correspondiente diagrama de árbol y calcula la probabilidad de que salgan dos rojas y una verde.

9. SOLUCION A LAS ACTIVIDADES

ACTIVIDAD 1

1. a) aleatorio b) determinista c) determinista d) aleatorio

ACTIVIDAD 2

Si llamamos B=Sale blanca y N=Sale negra, será:

a) $E=\{B,N\}$ b) $E=\{(B,B),(B,N),(N,B),(N,N)\}$

ACTIVIDAD 3

a) Salen la sota de espadas y el caballo de bastos.

Salen el rey de oros y el rey de bastos

b) Salen el as de oros y el as de bastos

Salen el siete de oros y la sota de bastos

c) Salen el as de oros y el caballo de espadas

Sale el caballo de oros y otra carta cualquiera.

ACTIVIDAD 4

a) Si b) Si c) No

ACTIVIDAD 5

a) Si b) No c) Si

ACTIVIDAD 6

$A = \{1,3,5,6\}$; $B = \{3,4,5\}$; $C = \{1,2,4,5,6\}$

ACTIVIDAD 7

a) La probabilidad de que B ocurra depende de si A ha ocurrido o no, ya que si A ocurre, es más fácil que ocurra B en la segunda que si A no ha ocurrido.

b) En este caso B no depende de A, porque tanto si A ocurre como si no, la urna tiene la misma configuración en la segunda extracción.

ACTIVIDAD 8

$E=\{(R,B),(B,B),(B,R)\}$

ACTIVIDAD 10

1. $A \cap B$

2. a) Caballo de bastos b) cinco de copas

3. a) $\{2,8\}$ b) \emptyset c) C

ACTIVIDAD 11

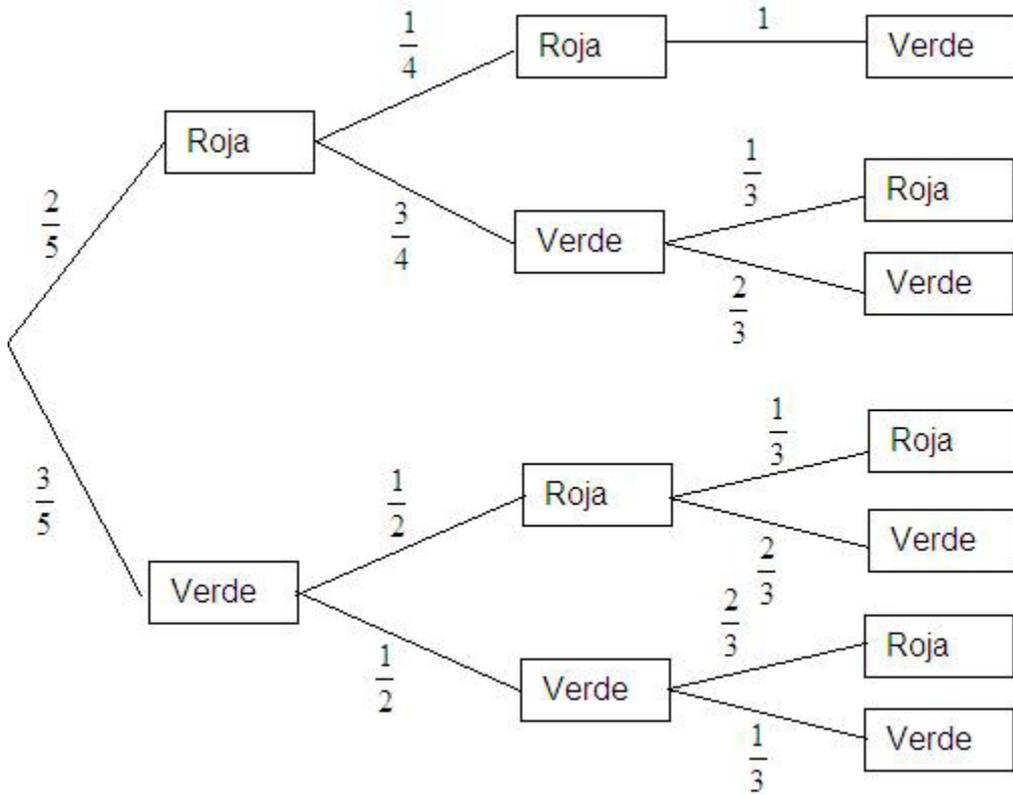
1. a) Rey de bastos b) tres de copas

2. a) $\{1,3,5\}$ b) $\{2,4,8\}$ c) $\{2,8\}$

ACTIVIDAD 12

a) 0'4 b) 0'475 c) 0'325

ACTIVIDAD 13



a)
b) $P(\{\text{dos rojas y una verde}\}) = 0'36$

BLOQUE 12. Azar y probabilidad. La tecnología en la historia. Recursos energéticos y desarrollo sostenible.

TEMA 7. Trabajo, potencia y Energía

ÍNDICE

1. Trabajo
2. Potencia
3. Energía
 - 3.1. Energía Potencial (Ep)
 - 3.2. Energía Cinética (Ec)
 - 3.3. Energía Mecánica (Em)
4. Principio de la conservación de la energía
5. Temperatura y calor
 - 5.1. La temperatura
 - 5.2. Calor

1. TRABAJO

En física, el concepto de trabajo difiere de lo que se considera como tal en la vida cotidiana. Así decimos que se realiza trabajo cuando se ejerce una fuerza a lo largo de un espacio recorrido.

Una de las formas de transferir energía entre los cuerpos es mediante el trabajo.

Cuando al ejercer una fuerza sobre un cuerpo, ésta produce un desplazamiento sobre el cuerpo, decimos que dicha fuerza ha realizado un trabajo.

Si no se produce desplazamiento, no hay trabajo.

Por ejemplo, una persona que está empujando un cuerpo pesado, si no lo mueve, NO está realizando trabajo, REALIZA UN GRAN ESFUERZO, PERO TRABAJO NO.

El trabajo como magnitud física se representa por la letra "W".

$$W = F \cdot d \cdot \cos\alpha$$

El ángulo que forman la fuerza y el desplazamiento es α

El trabajo realizado por una fuerza es máximo cuando esta se aplica en la dirección del desplazamiento.

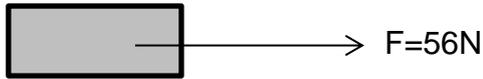
ACTIVIDAD 1

¿En cuál de las siguientes situaciones se realiza trabajo?

- a) Empujamos con fuerza la pared de la habitación.
- b) Levantamos un paquete del suelo.
- c) Empujamos el coche hasta el garaje.
- d) Estudiamos.

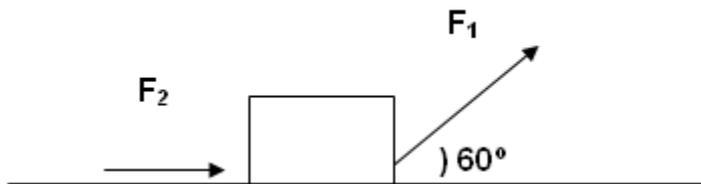
ACTIVIDAD 2

Calcula el trabajo realizado sobre el siguiente cuerpo si se desplaza 150 metros



ACTIVIDAD 3

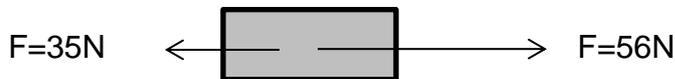
Observa el dibujo y contesta:



- A) Calcula el trabajo realizado por F_1 si su valor es de 67N y el cuerpo se desplaza 890m
- B) Calcula el trabajo realizado por F_2 si su valor es 49 N y el cuerpo se desplaza 890m

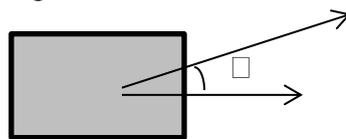
ACTIVIDAD 4

Calcula el trabajo realizado sobre el siguiente cuerpo si se desplaza 150 metros



ACTIVIDAD 5

Calcula el trabajo realizado sobre el siguiente cuerpo si se desplaza 300 metros. Siendo \square igual a 45m $F=35N$



ACTIVIDAD 6

Indicar el trabajo necesario para deslizar un cuerpo a 2 m de su posición inicial mediante una fuerza de 10 N.

ACTIVIDAD 7

¿Qué trabajo realiza un hombre para elevar una bolsa de 175 N a una altura de 2,5 m? Expresarlo en Julios

2. POTENCIA

Una importante magnitud que deriva del trabajo y que está relacionada con la productividad, es la potencia, que relaciona el trabajo realizado en función del tiempo.

La potencia nos indica la rapidez con que se realiza un trabajo; **es el trabajo que se realiza por unidad de tiempo.**

Se representa por la letra " P". Su fórmula es:

$$P = w / t$$

La unidad de potencia en el sistema internacional es el J/s, que recibe el nombre de vatio (W).

Otras unidades de potencia son:

$$1\text{kW} = 1000\text{W}$$

$$1\text{MW} = 10^6 \text{ W}$$

$$1 \text{ CV} = 736 \text{ W}$$

EJEMPLO 1

¿Qué motor realiza más trabajo; uno de 80 W durante 6 h u otro de 10 CV durante 3 minutos?

Calculamos ambos trabajos en la misma unidad, por ejemplo en W y pasamos los dos tiempos a segundos

- Primer motor

$$6 \text{ h} = 6 \cdot 60 \cdot 60 = 21600 \text{ s}$$

$$P = W/t; \quad \text{despejamos el } W = P \cdot t = 80 \text{ W} \cdot 21600 = 1728000 \text{ J}$$

- Segundo motor

10 CV los pasamos a vatios y los 3 minutos a segundos

$$3 \text{ minutos} = 180 \text{ segundos}$$

$$10 \text{ CV} = 7360 \text{ W}$$

$$P = W/t; \quad \text{despejamos el } W = P \cdot t = 7360 \cdot 180 = 1324800 \text{ J}$$

Por lo tanto realiza mayor trabajo el primer motor

EJEMPLO 2

Un saco de ladrillos de 200 kg tiene que llevarse desde el suelo hasta el quinto piso (20 m) de una obra en construcción. Un obrero realiza esta tarea en media hora, y una grúa en 2 minutos. ¿Qué trabajo realiza la grúa, y el obrero?

Calcula la potencia en cada uno de los casos.

$$W = F \cdot d = P \cdot d = mgd = 200 \cdot 9,8 \cdot 20 = 39200 \text{ J}$$

$$W = F \cdot d = P \cdot d = mgd = 200 \cdot 9,8 \cdot 20 = 39200 \text{ J}$$

$$P = w/t = 39200 / 1800 = 21,77 \text{ W}$$

$$P = W/t = 39200 / 120 = 326,66 \text{ W}$$

ACTIVIDAD 8

Una grúa levanta 2000 kg a 15 m del suelo en 10 s, expresar la potencia empleada en W:

ACTIVIDAD 9

Un motor de 120 cv es capaz de levantar un bulto de 2000kg hasta 25 m, ¿cuál es el tiempo empleado?

ACTIVIDAD 10

¿Cuál será la potencia necesaria para elevar un ascensor de 45000 N hasta 8 m de altura en 30 s? ¿Cuál será la potencia del motor aplicable si el rendimiento es de 0,65?

ACTIVIDAD 11

Calcular la potencia de una máquina que eleva 20 ladrillos de 500 g cada uno a una altura de 2 m en 1 minuto.

3. ENERGÍA

Es la capacidad que tienen los cuerpos de producir trabajo.

Por lo tanto, las unidades de energía son las mismas que las de trabajo. Así, la unidad de energía en el sistema internacional es el Julio.

El concepto de energía permite explicar multitud de fenómenos. La dificultad de su comprensión reside en que es una idea abstracta. Los efectos de la energía se notan cuando la energía cambia, mientras que si permanece igual no se observa nada.

Hay distintas formas de energía:

- a. Energía cinética, debida al movimiento del objeto
- b. Energía potencial, debida a la altura
- c. Energía térmica debida a la temperatura
- d. Energía eléctrica, la que tienen los electrones
- e. Energía nuclear, debida a los protones y neutrones del átomo

Si estudiamos diferentes transformaciones, tanto físicas como químicas, en todas ellas se pondrá de manifiesto una propiedad que permite a los cuerpos experimentar cambios o producir cambios en otros cuerpos. A esta propiedad se le llama energía

3.1. Energía Potencial (Ep)

Si soltamos un cuerpo desde una determinada altura sobre la superficie terrestre, éste caerá a causa de la atracción ejercida por la Tierra, pero ¿produce el mismo efecto cuando dejamos caer una piedra desde 1 m de altura que si lo hacemos desde 20 m?

Los efectos se incrementan con la altura y también con la masa de los cuerpos no produce el mismo efecto una maceta que cae desde el tercer piso que un saco de tierra desde el mismo piso.

Tienen esta forma de energía los objetos que se encuentran bajo la acción de una fuerza gravitatoria y se llama Energía potencial y se determina por la siguiente expresión:

$$E_p = mgh$$

*m es la masa del objeto que se mide en Kg en el SI
g es la gravedad que es una constante cuya valor es 9,8 m/s² (En los ejemplos se redondea a 10 m/s².)
h es la altura a la que se encuentra el objeto y se mide en*

EJEMPLO.

Calcula la energía potencial que tiene un cuerpo de 8 Kg. que se encuentra a 50 m. de altura.

$$E_p = 8 \cdot 10 \cdot 50 = 4.000 \text{ J.}$$

ACTIVIDAD 12

Un cuerpo cae libremente y tarda 3 s en tocar tierra. Si su peso es de 4 N, ¿qué trabajo deberá efectuarse para elevarlo hasta el lugar desde donde cayó? Expresarlo en Julios:

3.2. Energía Cinética (Ec)

Podemos afirmar que existe una energía relacionada con el movimiento de los objetos que se llama Energía cinética y se determina por la expresión:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

*m: masa del cuerpo se mide en Kg en unidades del SI
v: velocidad del objeto se mide en m/s en unidades del SI*

Se observa en la fórmula que la energía cinética de un objeto es siempre positiva.

EJEMPLO

Calcula la energía cinética que tiene un coche de 600 kg, que lleva una velocidad de 20 m/s.

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot 600 \cdot 20^2 = 120.000 \text{ J.}$$

3.3. Energía Mecánica (Em)

La energía mecánica que posee un cuerpo es igual a la suma de su E_p y E_c .

$$E_m = E_p + E_c$$

EJEMPLO

Un avión de 14.000 kg vuela a 200 m. de altura a una velocidad de 400 m/s. Calcula su energía mecánica.

$$E_p = 14.000 \cdot 10 \cdot 200 = 28.000.000 = 28 \cdot 10^6 \text{ J.}$$

$$E_c = 1 / 2 \cdot 14.000 \cdot 400^2 = 1.120.000.000 = 1.120 \cdot 10^6 \text{ J.}$$

$$E_m = E_p + E_c = 28 \cdot 10^6 + 1.120 \cdot 10^6 = 1.148 \cdot 10^6 \text{ J.}$$

ACTIVIDAD 13

Un cuerpo de 1,5 kg de masa cae desde 60 m. Determinar la energía potencial y cinética cada 10 metros a partir del origen.

ACTIVIDAD 14

Un cuerpo de 150 g de masa se lanza hacia arriba con velocidad inicial de 400 m/s, calcular:

- la energía cinética inicial.
- la energía cinética a 350m/s de caída.

ACTIVIDAD 15

Un carrito de 10 kg de masa se mueve con una velocidad de 3 m/s, calcular:

- la energía cinética si debe subir una pendiente.
- la altura que alcanzará.

ACTIVIDAD 16

Una persona sube una montaña hasta 2000 m de altura, ¿cuál será su energía potencial si pesa 750 N?

ACTIVIDAD 17

Un cuerpo de 40 kg de masa es arrastrado por un plano inclinado por un plano inclinado que forma con la horizontal un ángulo de 20°. ¿Qué trabajo se realiza si llega a recorrer 18 m sobre el plano si partió del reposo?

ACTIVIDAD 18

Un cuerpo de 50 N de peso se halla a 8 m de alto. Determinar:

- la energía potencial en esa posición.
- la energía cinética si cae al pie de esa altura.

4. PRINCIPIO DE LA CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

La energía se puede presentar en diversas formas: cinética, potencial, térmica, nuclear, etc.

La energía de una determinada clase puede disminuir y aumentar la de otra clase, por tanto la energía ni se crea ni se destruye, sólo se transforma y se conserva. Como vemos en la vida ordinaria, hay muchos casos donde se verifica dicho principio. Por ejemplo, la energía eléctrica se transforma en energía luminosa, o en energía calorífica, etc.

Por tanto, una de las propiedades de la energía es su capacidad de transformarse y de permanecer constante.

EJEMPLO

Se lanza desde el suelo, verticalmente hacia arriba, un cuerpo de 4 Kg. con una velocidad de 60m/s. Calcular la E_c , la E_p y la E_m en los siguientes casos :

- En el momento de lanzarlo
- Cuando su velocidad es de 20 m /s
- Cuando está a 120 m. de altura ,
- A su altura máxima

Solución:

a) $h = 0$ ----- $E_p = 0$

$E_c = 1 / 2 * 4 * 60^2 = 7.200 \text{ J.}$

$E_m = E_p + E_c = 7.200 \text{ J.}$

b) $v = 20 \text{ m / sg}$ ----- $E_c = 1 / 2 * 4 * 20^2 = 800 \text{ J.}$

$E_p = E_m - E_c = 7.200 - 800 = 6.400 \text{ J.}$

c) $h = 120 \text{ m.}$ ----- $E_p = 4 * 10 * 120 = 4.800 \text{ J.}$

$E_c = E_m - E_p = 7.200 - 4.800 = 2.400 \text{ J.}$

d) $v = 0$ ----- $E_c = 0 \text{ J.}$

$E_p = E_m = 7.200 \text{ J.}$

5. TEMPERATURA Y CALOR

5.1 La temperatura

La temperatura es una magnitud relacionada con la energía cinética media de las moléculas. Los cuerpos están formados por moléculas y las moléculas se mueven en el interior, la medida de ese movimiento es la temperatura.

Su unidad de medida en el sistema internacional es el Kelvin.

Pero también podemos utilizar otras unidades de medidas; en $^{\circ}\text{C}$ (grados centígrados) y en $^{\circ}\text{F}$ (grados fahrenheit), o K (Kelvin).

Existe una relación entre cada una de estas unidades, de manera que:

- Para pasar de $^{\circ}\text{C}$ a K y viceversa:
 $T (\text{K}) = 273 + ^{\circ}\text{C}$
- Para pasar de $^{\circ}\text{C}$ a $^{\circ}\text{F}$ y viceversa
 $T (^{\circ}\text{F}) = (1.8)\text{C} + 32$

ACTIVIDAD 19

Completa:

KELVIN	°C
350	
	15
24	
269	
	33
589	

5.2. Calor

El calor es la energía transferida entre los objetos. La energía siempre se transmite desde el objeto de mayor temperatura al de menor temperatura.

No tiene sentido hablar del calor que tiene un cuerpo, porque siempre se da o se recibe, en este caso deberíamos hablar de la temperatura que tiene un cuerpo. El calor que tiene un cuerpo es la energía que ese cuerpo transmite a otro.

La unidad de medida en el sistema internacional es el Julio., al igual que el trabajo y la energía.

También se utiliza como unidad de medida la caloría o la kilocaloría.

Caloría

Se llama caloría a " la cantidad de calor necesaria para que 1g de agua aumente 1º su temperatura"

Podemos relacionar calorías y Julios; 1cal=4,18J

ACTIVIDAD 20

Completa

Julios	Cal
35	
	15895
	582
2,6	
	33000

6. SOLUCIONES EJERCICIOS

ACTIVIDAD 1

- b) Levantamos un paquete del suelo.
- c) Empujamos el coche hasta el garaje.

ACTIVIDAD 2

$$W=56 \cdot 150=8400J$$

ACTIVIDAD 3

- A) Calcula el trabajo realizado por F1 si su valor es de 67N y el cuerpo se desplaza 890m

$$W= 67 \cdot 890 \cdot \cos 60=29815J$$
- B) Calcula el trabajo realizado por F2 si su valor es 49 N y el cuerpo se desplaza 890m

$$W=49 \cdot 890=43610J$$

ACTIVIDAD 4

$$Fr=56-35=19$$

$$W= 19 \cdot 150=2850J$$

ACTIVIDAD 5

$$W=35 \cdot 300 \cdot \cos 45=7424,62J$$

ACTIVIDAD 6

$$W= 10 \cdot 2=20J$$

ACTIVIDAD 7

$$W= 175 (2,5)=437,5 J$$

ACTIVIDAD 8

Datos:

$$m = 2000 \text{ kg}$$

$$h = 15 \text{ m}$$

$$t = 10 \text{ s}$$

$$W = P \cdot d/t$$

$$W = m \cdot g \cdot d/t$$

$$W = 2000 \text{ kg} \cdot (10 \text{ m/s}^2) \cdot 15 \text{ m} / 10 \text{ s}$$

$$W = 30000 \text{ W}$$

$$W = 40,8 \text{ cv}$$

$$1 \text{ W} \rightarrow 0,102 \text{ kgf} \cdot \text{m/s}$$

$$30000 \text{ W} \rightarrow W = 30000 \text{ W} \cdot 0,102 (\text{kgf} \cdot \text{m/s}) / 1 \text{ W}$$

ACTIVIDAD 9

Datos:

Un motor de 120 cv es capaz de levantar un bulto de 2000kg hasta 25 m, ¿cuál es el tiempo empleado?.

Datos:

$$P = 2 \text{ ton}$$

$$W = 120 \text{ cv}$$

$$h = 25 \text{ m}$$

$$\text{Se adopta } g = 10 \text{ m/s}^2$$

$$1 \text{ cv} \rightarrow 735 \text{ W}$$

$$120 \text{ W} \rightarrow W = 735 \text{ W} \cdot 120 \text{ cv}/1 \text{ cv}$$

$$W = 88200 \text{ W}$$

$$m = 2000 \text{ kg}$$

$$W = P \cdot d/t$$

$$W = m \cdot g \cdot d/t$$

$$t = m \cdot g \cdot d/W$$

$$t = 2000 \text{ kg} \cdot (10 \text{ m/s}^2) \cdot 25 \text{ m} / 88200 \text{ W}$$

$$t = 5,67 \text{ s}$$

ACTIVIDAD 10

$$P = 45000 \text{ N}$$

$$h = 8 \text{ m}$$

$$t = 30 \text{ s}$$

$$\eta = 0,65$$

$$W = P \cdot d/t$$

$$W = 45000 \text{ N} \cdot 8 \text{ m} / 30 \text{ s}$$

$$W = 12.000 \text{ W}$$

$$\eta = W_d / W_m // W_m = W_d / \eta // W_m = 12000 \text{ W} / 0,65 // W_m = 18.461,5 \text{ W}$$

ACTIVIDAD 11

Datos:

$$m = 500 \text{ g} = 0,5 \text{ kg}$$

$$h = 2 \text{ m}$$

$$t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

$$\text{Se adopta } g = 10 \text{ m/s}^2$$

Primero calculamos la masa total:

$$m_T = 20 \cdot 0,5 \text{ kg}$$

$$m_T = 10 \text{ kg}$$

No hay fuerzas no conservativas ni variación de la velocidad:

$$L = \Delta E_M = \Delta E_c + \Delta E_p = E_{c2} - E_{c1} + E_{p2} - E_{p1}$$

$$L = \Delta E_p = E_{p2} - E_{p1} = m \cdot g \cdot h_2 - m \cdot g \cdot h_1$$

Para facilitar los cálculos tomamos $h_1 = 0$ m.

$$L = m \cdot g \cdot h_2$$

$$L = 10 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot 2 \text{ m}$$

$$L = 200 \text{ J}$$

$$W = L/t$$

$$W = 200 \text{ J}/60 \text{ s}$$

$$\mathbf{W = 3.33 \text{ W}}$$

ACTIVIDAD 12

Datos:

$$e = e_0 + v_i t + 1/2 a t^2$$

$$e = 44.145 \text{ m}$$

$$W = F \cdot e = 4 \cdot 44.145 \text{ m}$$

$$W = 706,25 \text{ J}$$

ACTIVIDAD 13

Datos:

Problema n° 2) Un cuerpo de 1,5 kg de masa cae desde 60 m. Determinar la energía potencial y cinética cada 10 metros a partir del origen.

Se emplea $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

Para $h = 60$ m

$$E_{p60} = m \cdot g \cdot h$$

$$E_{p60} = 1,5 \text{ kg} \cdot (9,8 \text{ m/s}^2) \cdot 60 \text{ m}$$

$$E_{p60} = 882 \text{ J}$$

Para la altura 60 metros la velocidad es nula, por lo tanto la energía cinética también es nula.

$$E_{c60} = 0 \text{ J}$$

Para $h = 40$ m

$$E_{p40} = m \cdot g \cdot h$$

$$E_{p40} = 1,5 \text{ kg} \cdot (9,8 \text{ m/s}^2) \cdot 40 \text{ m}$$

$$E_{p40} = 588 \text{ J}$$

$$E_{c40} = E_{p60} - E_{p40}$$

$$E_{c40} = 882 \text{ J} - 588 \text{ J}$$

$$E_{c40} = 294 \text{ J}$$

Para $h = 50$ m

$$E_{p50} = m \cdot g \cdot h$$

$$E_{p50} = 1,5 \text{ kg} \cdot (9,8 \text{ m/s}^2) \cdot 50 \text{ m}$$

$$E_{p50} = 735 \text{ J}$$

Para ésta altura la velocidad es distinta de cero, parte de la energía potencial se transformó en energía cinética.

$$E_{c50} = E_{p60} - E_{p50}$$

$$E_{c50} = 882 \text{ J} - 735 \text{ J}$$

$$E_{c50} = 147 \text{ J}$$

Para $h = 30$ m

$$E_{p30} = m \cdot g \cdot h$$

$$E_{p30} = 1,5 \text{ kg} \cdot (9,8 \text{ m/s}^2) \cdot 30 \text{ m}$$

$$E_{p30} = 441 \text{ J}$$

$$E_{c30} = E_{p60} - E_{p30}$$

$$E_{c30} = 882 \text{ J} - 441 \text{ J}$$

$$E_{c30} = 441 \text{ J}$$

Para $h = 20$ m

$$E_{p20} = m \cdot g \cdot h$$

$$E_{p20} = 1,5 \text{ kg} \cdot (9,8 \text{ m/s}^2) \cdot 20 \text{ m}$$

$$E_{p20} = 294 \text{ J}$$

$$E_{c20} = E_{p60} - E_{p20}$$

$$E_{c20} = 882 \text{ J} - 294 \text{ J}$$

$$E_{c20} = 588 \text{ J}$$

Para $h = 10 \text{ m}$

$$E_{p10} = m \cdot g \cdot h$$

$$E_{p10} = 1,5 \text{ kg} \cdot (9,8 \text{ m/s}^2) \cdot 10 \text{ m}$$

$$E_{p10} = 147 \text{ J}$$

$$E_{c10} = E_{p60} - E_{p10}$$

$$E_{c10} = 882 \text{ J} - 147 \text{ J}$$

$$E_{c10} = 735 \text{ J}$$

Para $h = 0 \text{ m}$

$$E_{p0} = m \cdot g \cdot h$$

$$E_{p0} = 1,5 \text{ kg} \cdot (9,8 \text{ m/s}^2) \cdot 0 \text{ m}$$

$$E_{p0} = 0 \text{ J}$$

Al final de la caída toda la energía potencial se transformó en energía cinética.

$$E_{c0} = E_{p60} - E_{p0}$$

$$E_{c0} = 882 \text{ J} - 0 \text{ J}$$

$$E_{c0} = 882 \text{ J}$$

ACTIVIAD 14

Desarrollo

Datos:

$$m = 150 \text{ g} = 0,15 \text{ kg}$$

$$v_i = 400 \text{ m/s}$$

$$\text{Se adopta } g = 10 \text{ m/s}^2$$

a) $E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_i^2$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot 0,15 \text{ kg} \cdot (400 \text{ m/s})^2$$

$$E_c = 12.000 \text{ J}$$

b) $v_f = 350 \text{ m/s}$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_f^2$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot 0,15 \text{ kg} \cdot (350 \text{ m/s})^2$$

$$E_c = 9.187,5 \text{ J}$$

ACTIVIDAD 15

Datos:

$$m = 10 \text{ kg}$$

$$v_i = 3 \text{ m/s}$$

$$\text{Se adopta } g = 10 \text{ m/s}^2$$

a) $E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_i^2$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot 10 \text{ kg} \cdot (3 \text{ m/s})^2$$

$$E_c = 45 \text{ J}$$

b) la energía cinética inicial permitirá el ascenso hasta que se transforme completamente en energía potencial.

$$E_c = E_p = m \cdot g \cdot h$$

$$45 \text{ J} = 10 \text{ kg} \cdot 10 \text{ (m/s}^2) \cdot h$$

$$h = 45 \text{ J} / 100 \text{ N}$$

$$h = 0,45 \text{ m}$$

ACTIVIDAD 16

Datos:

$$P = 750 \text{ N}$$

$$h = 2.000 \text{ m}$$

Se adopta $g = 10 \text{ m/s}^2$

$$E_p = m.g.h$$

$$E_p = P.h$$

$$E_p = 750 \text{ N} \cdot 2.000 \text{ m}$$

$$E_p = 1.500.000 \text{ J}$$

ACTIVIDAD 17

$$W = F.d.\cos\alpha$$

$$F = P = mg = 40 \cdot 9.81 = 392,4$$

$$W = (392.4) 18 \cos 20 = 6637.23 \text{ J}$$

ACTIVIDAD 18

Datos:

$$P = 50 \text{ N}$$

$$d = 20 \text{ m}$$

$$h = 8 \text{ m}$$

a) $E_p = m.g.h$

$$E_p = 50 \text{ N} \cdot 8 \text{ m}$$

$$E_p = 400 \text{ J}$$

b y c) Al caer al pie directamente o deslizándose por la parte inclinada, toda la energía potencial se transforma en energía cinética porque varía su altura en 8 m.

$$E_c = E_p = 400 \text{ J}$$

ACTIVIDAD 19

KELVIN	°C
350	77
288	15
24	-249
269	-4
306	33
589	316
298	25

ACTIVIDAD 20

Julios	Cal
35	0,12
3802,63	15895
141,33	582
2,6	0,622
7894,73	33000

BLOQUE 12. Azar y probabilidad. La tecnología en la historia. Recursos energéticos y desarrollo sostenible.

Tema 8. Actividad Humana y Medio Ambiente

ÍNDICE

1. Introducción
2. Fuentes de energía y sus efectos sobre el Medio Ambiente
3. Consumo y Energía
4. Energías renovables
 - 4.1 La energía eólica
 - 4.2 La energía geotérmica
 - 4.3 La energía hidráulica
 - 4.4 La energía de la biomasa
 - 4.5 La energía solar
5. Sociedades industrializadas
6. Convenios y Tratados Internacionales
7. Acciones positivas
8. Actividades

1. INTRODUCCIÓN

El hombre necesita la energía para vivir. Tradicionalmente la ha obtenido de los recursos naturales como el carbón y el petróleo. El uso de estos recursos ha supuesto una fuerte crisis ambiental por lo que ahora busca otros recursos que cuenten con dos características importantes:

- no se agoten
- no produzcan tanto impacto ambiental como son las llamadas energías renovables: la solar, la eólica, etc.

2. FUENTES DE ENERGÍA Y SUS EFECTOS SOBRE EL MEDIO AMBIENTE

Hoy en día el 98% de la energía de nuestro planeta procede de:

- combustibles fósiles (el carbón, el petróleo y el gas),
- la energía nuclear,
- la energía procedente de la biomasa (principalmente la combustión directa de madera) y
- la energía hidráulica.

La utilización de estos recursos naturales implica, además de su cercano y progresivo agotamiento, un constante deterioro para el medio ambiente, que se manifiesta en:

- emisiones de CO₂, NO_x, y SO_x, con el agravamiento del efecto invernadero,
- contaminación radioactiva y su riesgo potencial incalculable,
- un aumento progresivo de la desertización y la erosión y
- una modificación de los mayores ecosistemas mundiales con la consecuente desaparición de biodiversidad y pueblos indígenas,

- la inmigración forzada y la generación de núcleos poblacionales aislados tendentes a la desaparición.
- agotamiento de los recursos y búsqueda de nuevas áreas de explotación

El hombre se ha dado cuenta que estos recursos naturales son limitados y su utilización supone un constante deterioro del medio ambiente.

Haciendo un estudio del consumo de energía se descubre que sólo un 25% de la población mundial consume el 75% de la producción energética. Este dato nos indica la injusticia del desequilibrio social que existe en el mundo.

El actual modelo energético se sustenta en una visión del mundo en la que el ser humano es el dominador de la naturaleza y del entorno. Pero este modelo empieza a cuestionarse, se intentan buscar políticas de desarrollo sostenible. El desarrollo sostenible pretende un desarrollo de las generaciones presentes sin comprometer el desarrollo de las generaciones futuras y esto también está relacionado con el uso de la energía.

3. CONSUMO Y ENERGÍA

La energía siempre ha tratado de cubrir las necesidades básicas de la sociedad.

El aumento desmesurado del consumo en las sociedades industrializadas lleva consigo un aumento en la demanda y por consiguiente en la producción de energía.

El estado del bienestar, ha generado el "estado del gasto y de la dependencia energética". No es de extrañar por tanto, que uno de los parámetros más importantes para clasificar el grado de desarrollo de un país, sea su gasto energético per cápita.

Para poder satisfacer esta demanda se ha tenido que realizar mayor número de centrales donde se produzcan grandes cantidades de energía.

Son tres los problemas a los que nos ha llevado el gran consumo de energía:

- Un deterioro del entorno.
- Un agotamiento de los recursos naturales.
- Un desequilibrio en el reparto del consumo de energía.

Debido a esta situación a la que hemos llegado se intentan establecer políticas que solucionen estos problemas, políticas como ya hemos citado encaminadas a un desarrollo sostenible.

¿Qué buscan estas políticas?

- Menor gasto energéticos
- Mayor aprovechamiento energético y
- Empleo de energías renovables.

4. ENERGÍAS RENOVABLES

La utilización de las fuentes de energía renovables (sol, agua, viento, biomasa) es aún escasa, aunque la exigencia hacia un desarrollo sostenible (sin contaminar), implica la implantación de sistemas de producción de energía renovable.

Las fuentes de energía renovables tienen varias ventajas;

- una es que son fuentes de energía inagotables,
- son llamadas energías limpias, es decir que no contaminan,
- en muchas de ellas los centros de producción están cerca de los lugares de consumo.

Por todo esto se pretende que estas energías renovables vayan sustituyendo a las energías convencionales.

Las energías renovables más utilizadas son:

- la energía eólica,
- la geotérmica,
- la hidráulica,
- la biomasa y por último la
- solar.

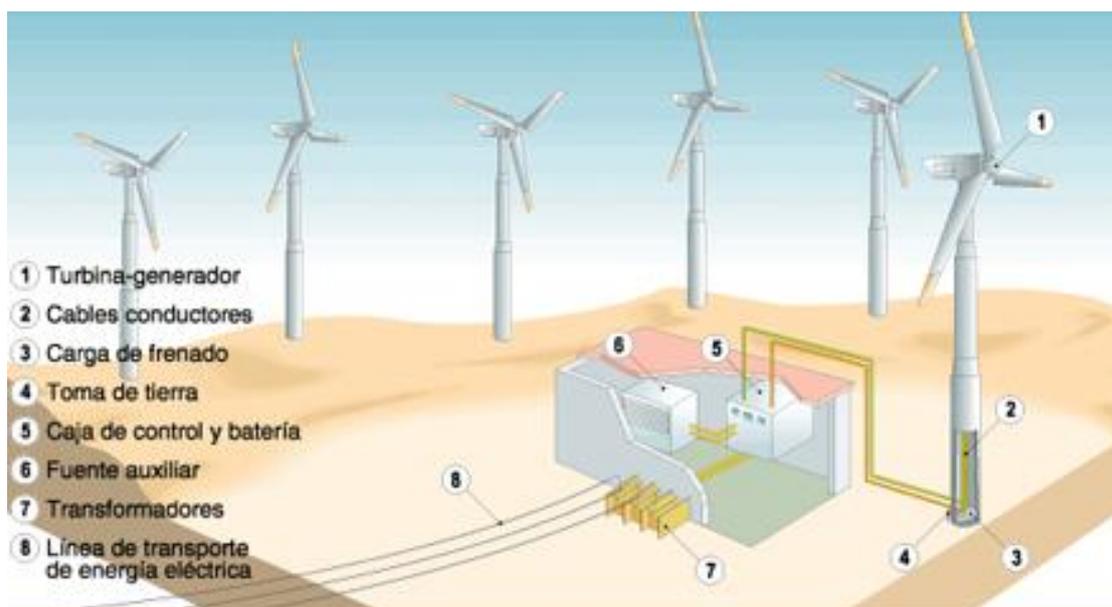
4.1. La Energía Eólica

La energía eólica es la energía cinética del viento.

La energía eólica se utiliza entre otras cosas para el bombeo de agua y principalmente para producción de electricidad.

El aparato que transforma la energía cinética del viento en energía eléctrica se llama aerogenerador.

La agrupación de aerogeneradores forman los llamados parques eólicos.



El impacto ambiental producido por los parques eólicos se debe:

- accidentes de aves con las aspas del aerogenerador,
- Impacto visual, el paisaje se ve afectado,

se considera que el impacto ambiental que producen los parques eólicos puede ser mínimo comparando con la energía convencional.

Para la implantación de un parque eólico debe estudiarse bien una adecuada ubicación, evitar zonas donde el paso de aves sea frecuente o haya especies protegidas.

4.2. La Energía Geotérmica

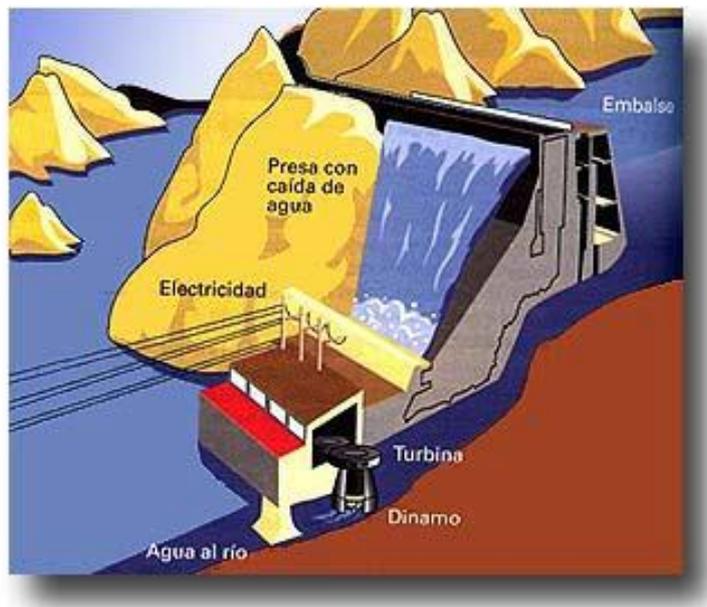
La energía geotérmica es la energía proveniente del interior de la tierra.

Se utiliza principalmente para la producción de electricidad aprovechando el calor acumulado bajo la corteza terrestre, por lo tanto en las centrales geotérmicas se transforma la energía térmica del interior de la tierra en energía eléctrica

4.3. La Energía Hidráulica

La energía hidráulica es la energía cinética y potencial que tiene el agua tanto en los ríos como en los mares. Esta energía se utiliza principalmente para la producción de electricidad.

En los **ríos** se construyen las centrales hidroeléctricas donde transforman la energía cinética (del movimiento del agua) en potencial del agua (saltos de agua) y está en energía eléctrica.

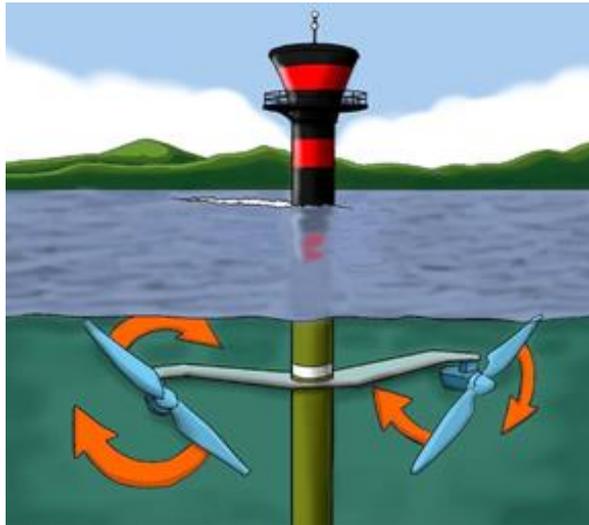


En estas centrales hidroeléctricas conllevan un fuerte impacto ambiental de la zona;

- Visual, se realizan grandes embalses
- Ambiental, debido a que se pueden crear dos ecosistemas diferentes antes y después de la presa. El impacto por el cambio en la cantidad de agua, o en las especies que se encuentran en la zona, puede dar lugar a cambios importantes en el ecosistema

Para disminuir este impacto ambiental y poder aprovechar esta energía del agua se está potenciando la creación de minicentrales hidroeléctricas.

En los **mares** (energía maremotriz), también se están realizando grandes proyectos para generar electricidad aprovechando la energía cinética y potencial del agua producida por los desniveles de las mareas y también por el movimiento de las olas.



Energía contenida en las olas aprovechando de forma simultánea las mareas de modo que puedan accionarse turbinas hidráulicas en el flujo de ascensión y descenso del mar, como de energía de transferencia térmica, consistente en aprovechar la diferencia existente entre la temperatura de la superficie y la de las corrientes profundas, que puede llegar a alcanzar hasta veinticinco grados centígrados y es utilizable las 24 horas del día.

4.4. La Energía de Biomasa

La energía de la biomasa es la energía que se acumula en la materia orgánica debido a la energía del sol. Esto ocurre cuando el carbono mediante la fotosíntesis es utilizado por las plantas para formar esa materia orgánica.

Hasta ahora el aprovechamiento energético de la biomasa era la combustión de la madera, que genera contaminación atmosférica y un problema indirecto de desertización y erosión, salvo que se realice una planificación forestal correcta.

Por otro lado, los desechos orgánicos también son utilizables mediante transformaciones químicas principalmente, siendo las más conocidas las aplicaciones de digestores anaeróbicos para detritus orgánicos y la producción de biogás procedente de residuos sólidos urbanos.

Pero últimamente, la creciente innovación tecnológica de materiales y equipos está afianzando nuevos sistemas de aprovechamiento de los residuos ganaderos y forestales, y nos lleva a un esperanzador futuro en la línea de los

biocombustibles, de modo que se pueda compatibilizar una agricultura sostenible con un diseño de producción energética que respete el entorno.

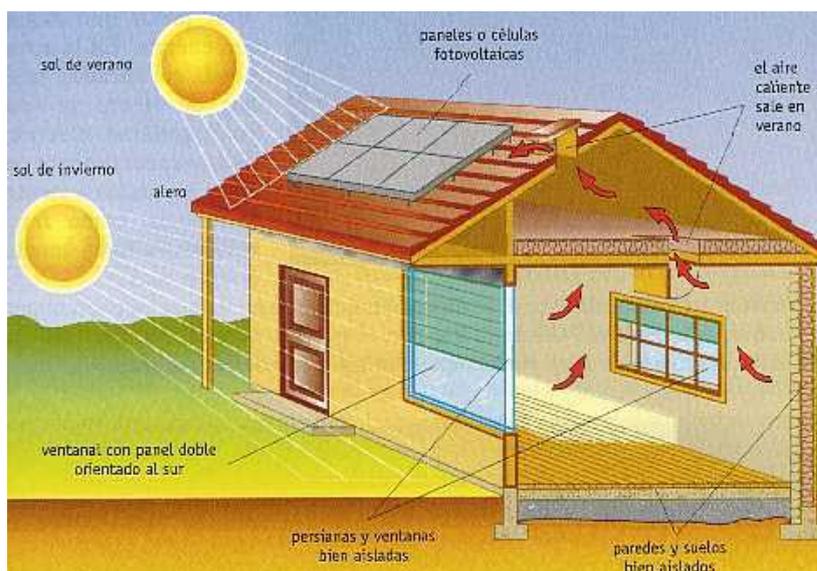


4.5. La Energía Solar

La energía solar es la energía producida por el sol. El sol es una gran fuente de energía.

La energía solar tiene muchas formas de aprovechamiento.

- Una forma de aprovechamiento es la producción de electricidad mediante los paneles fotovoltaicos. Estos paneles tienen la capacidad de transformar la energía lumínica en energía eléctrica.
- Otra forma de aprovechamiento es la utilización de los colectores de agua, son unos tubos por donde circula agua que es calentada mediante el calor del sol. Esto se utiliza para proporcionar calor o refrigeración.
- También se utilizan los campos de heliostatos para obtener electricidad a partir de la energía solar. El campo de heliostatos consiste una serie de espejos que hacen que concentren los rayos solares en un punto, de tal forma que en ese punto aumente mucho la temperatura, y debido a este aumento de temperatura y mediante una serie de mecanismos se convierte la energía térmica en eléctrica.



Ahora bien, a pesar de ser la fuente energética más acorde con el medio, inagotable y con capacidad suficiente para abastecer las necesidades de energía del planeta, el aprovechamiento de la energía solar habrá de solventar el conflicto derivado del hecho de que se produce sólo durante unas determinadas horas (a lo largo del día), y por tanto el almacenamiento de energía y los diferentes sistemas para realizarlo deben de ser mejorados.

5. SOCIEDADES INDUSTRIALIZADAS

La energía se encuentra ligada al bienestar, por ello cuanto mayor sea su producción y consumo, mayor será el bienestar del que disfruta la sociedad.

Las sociedades industrializadas quieren disponer además, de un entorno saludable, por ello, se trata de minimizar las consecuencias medioambientales que acarrea una producción energética.

Se trata de fomentar el ahorro energético mediante:

- una mayor eficiencia en el transporte,
- en la habitabilidad de las construcciones,
- en los materiales de consumo,
- en los procesos industriales;

Para ello;

- se limita el consumo de energía a través de automatismos (aparatos que cortan el consumo cuando pasan un límite).
- se utiliza también sistemas de cogeneración que consiste en reutilizar la energía que se desprende en procesos de transformación, en lugar de ser desechada.

Así mismo, los países industrializados con la finalidad de evitar depender de otros países por la compra de energía tratan de utilizar lo máximo posible sus fuentes de energía.

Sin embargo, a pesar de estas medidas se sigue sin solucionar los grandes temas pendientes, el agotamiento de los recursos naturales de las energías convencionales y la contaminación ambiental que supone la producción, transporte y consumo de energía.

6. CONVENIOS Y TRATADOS INTERNACIONALES

Agencias nacionales e internacionales de la energía, elaboran informes y recomendaciones acerca de la problemática general energética. De igual modo, la Conferencia de las Naciones Unidas sobre el medio ambiente y el desarrollo, realiza aportaciones acerca de los planes y objetivos que deben intentar cumplirse para paliar y modificar el deterioro ambiental y el uso de las energías convencionales.

Entre los países industrializados se celebran reuniones y se firman acuerdos para hacer frente a esta problemática por ejemplo El protocolo de Kioto.

La Declaración de Madrid de 1994, hace una apuesta por la ejecución y cumplimiento de un Plan de acción para la implantación de las fuentes de energías renovables en Europa. Esto es apoyado por la UNESCO que trata de que se haga viable que entre 2010 y 2015 el 15% del consumo de la energía primaria convencional (petróleo, carbón, gas) pase a ser una energía de origen renovable (solar, eólica, biomasa, mini hidráulicas)

7. ACCIONES POSITIVAS

Desde los gobiernos tratan de realizarse una serie de acciones positivas:

1. Limitar la contaminación, ejerciendo un mayor control de las emisiones de elementos contaminantes de los centros de producción energética y disminuyendo el uso de combustibles de origen fósil (petróleo, carbón y gas).
2. Favorecer el ahorro de energía mediante la modificación de hábitos de consumo, la investigación y la exigencia de fabricación de equipos de mayor eficiencia energética y bajo consumo.
3. La sustitución de fuentes de energía convencionales por fuentes de energía de origen renovable.
4. Investigar nuevas formas de aprovechamiento y almacenamiento energético.
5. Acercar los centros de producción a los lugares de consumo mediante el aprovechamiento de las energías de origen renovable,
6. Establecer una legislación energética adoptando normativas nacionales y regionales que den cumplimiento a acuerdos en materia de conservación del entorno.
7. Realizar campañas de sensibilización energética acerca de la problemática que generan determinados usos y formas de producción energética y sobre el uso racional de la energía, mediante planes de difusión y planes educativos.

8. ACTIVIDADES

1. ¿Qué son los combustibles fósiles?
2. ¿Cuáles son las fuentes de energía más utilizadas en la actualidad?
3. ¿Los recursos naturales más utilizados para la producción de energía son inagotables?
4. ¿Qué acciones negativas y qué consecuencias traen la utilización de las fuentes energéticas tradicionales?
5. ¿Cómo está repartido el consumo energético en el mundo?
6. ¿Por qué razón se ha aumentado en los últimos tiempos el consumo de energía?
7. ¿Qué tres problemas se producen por el gran consumo de energía?
8. ¿Cuáles son las principales ventajas de las energías renovables?
9. Enumera cuatro tipos de energía renovable.

10. ¿Qué ventajas tienen las energías renovables frente a las energías convencionales?
11. ¿Qué es un aerogenerador?
12. ¿Qué es la energía geotérmica?
13. ¿Qué son los paneles fotovoltaicos?
14. ¿Cómo se aprovecha la energía de la biomasa?
15. ¿Por qué se dice que el consumo energético está ligado al bienestar?
16. ¿Qué acciones positivas en la producción, transporte y consumo de energía se tratan de realizar para evitar la contaminación del medio ambiente y la escasez de recursos naturales?
17. ¿Cómo ciudadano qué acciones positivas puedes realizar para favorecer el ahorro energético?